

Teoría Electromagnética. Curso 2005.
Práctico 9. Relatividad.

- 1.(a) Escribir la matriz correspondiente a una transformación de Galileo.
(b) Escribir la matriz correspondiente a una transformación de Lorentz según el eje y .
(c) Halle la matriz que describe una transformación de Lorentz a lo largo del eje x con velocidad v seguida por una transformación de Lorentz a lo largo del eje y con velocidad \bar{v} . Importa el orden de las transformaciones?.

2. (a) Pruebe que el equivalente relativista de la ley de Newton $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ es

$$\mathbf{F} = \frac{m}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \left[\mathbf{a} + \frac{\mathbf{u}(\mathbf{u} \cdot \mathbf{a})}{c^2 - u^2} \right]$$

donde $\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{u}}{dt}$ es la aceleración.

- (b) Pruebe que la aceleración de una partícula de masa m y carga q que se mueve con velocidad \mathbf{u} bajo la influencia de campos electromagnéticos \mathbf{E} y \mathbf{B} es

$$\mathbf{a} = \frac{q}{m} \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} \left[\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B} - \frac{1}{c^2} \mathbf{u}(\mathbf{u} \cdot \mathbf{E}) \right]$$

3. (a) Pruebe que la métrica $\eta_{\mu\nu}$ es un tensor invariante (tal que sus componentes son las mismas en todos los sistemas inerciales).
(b) Verifique la invariancia del producto $A^\mu A_\mu$ de cuadvectores bajo transformaciones de Lorentz.
(c) Pruebe que los símbolos de Levi-Civita $\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}$ y $\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}$, definidos de forma análoga al caso tridimensional, son tensores invariantes.
(d) Note que como consecuencia de (c)

$$\mathcal{F}^{\mu\nu} = \frac{1}{2} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} F_{\rho\sigma}$$

es un tensor (el tensor dual). Escribir en forma explícita sus componentes.

4. Use la transformación de Lorentz de los campos para calcular los campos eléctrico y magnético de una carga puntual que se mueve con velocidad constante.

5. Calcule los campos de una recta con una intensidad de corriente I resultante de densidades lineales de carga $\pm\lambda$ moviéndose con velocidad $\pm I/2\lambda$ en un sistema S en este sistema y en un sistema S' que se mueve con respecto a S con velocidad constante según la dirección de la línea.

6. (a) Calcule los campos entre dos planos paralelos con densidades de carga σ y $-\sigma$ en un sistema que se mueve con velocidad constante en una dirección paralela a los planos. Proceda calculando a partir de las densidades de carga y corriente transformadas y compare entonces con los resultados de aplicar la regla de transformación de los campos discutida en clase.

(b) Se considera un solenoide largo con n vueltas por unidad de longitud por el que circula una corriente I . Determinar el campo magnético observado desde un sistema que se mueve con velocidad constante v según el eje del solenoide, a partir de la nueva corriente I' y el nuevo n' . Compare con el resultado obtenido de la transformación de los campos.

Sugerencia: Por ayuda ver Griffiths sección 12.3.2.

7. (a) Pruebe que $F^{\alpha\beta}F_{\alpha\beta}$, $\mathcal{F}^{\alpha\beta}\mathcal{F}_{\alpha\beta}$ y $F^{\alpha\beta}\mathcal{F}_{\alpha\beta}$ son invariantes bajo transformaciones de Lorentz.

(b) Escriba esos invariantes en función de los campos \mathbf{E} y \mathbf{B} .

(c) Es posible que un campo electromagnético sea puramente eléctrico en un sistema de referencia y puramente magnético en otro?. Que condición deben satisfacer \mathbf{E} y \mathbf{B} si el campo eléctrico es nulo en un sistema de referencia inercial?.

(d) Una combinación lineal del cuadrado del vector de Poynting y el cuadrado de la densidad de energía electromagnética es invariante bajo transformaciones de Lorentz

$$I = u_{e.m.}^2 + \alpha S^2$$

Determinar la constante α para que esta combinación sea efectivamente invariante.

8. Una onda electromagnética plana de frecuencia angular ω se propaga en la dirección x en el vacío. Esta polarizada según la dirección y , y la amplitud del campo eléctrico es E_0 .

(a) Escribir los campos eléctrico y magnético.

(b) La misma onda se observa en un sistema S' que se mueve con velocidad v en la dirección x con respecto al sistema original S . Determinar los campos eléctrico y magnético en el sistema S' .

(c) Determinar la frecuencia angular ω' y la longitud de onda λ' en S' . Determinar la velocidad de las ondas en S' .

(d) Cual es la razón de las intensidades en ambos sistemas?