

MECANICA CELESTE DE MAESTRIA

PRACTICO I
ORBITAS PERTURBADAS

1. (*El famoso problema de convergencia. Sugerido por Daniel Chagas*). Analizar numericamente (con ayuda de algún manipulador algebraico) la convergencia del desarrollo

$$E = M + 2 \sum_{s=1}^{\infty} \frac{1}{s} J_s(se) \sin(sM)$$

y también en la forma resultante al agrupar los términos según potencias de excentricidad e (fórmula 2.80 de SSD).

2. Suponiendo una perturbación

$$d\mathbf{F} = \mathbf{R}\hat{\mathbf{r}} + \mathbf{T}\hat{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{N}\hat{\mathbf{z}}$$

con componentes según la dirección radial, transversa y normal al plano, encontrar las expresiones para \dot{a} , \dot{e} , \dot{I} , $\dot{\Omega}$ y $\dot{\omega}$ tal como en SSD Sección 2.9. (Ver también Danby 11.5).

3. Un cometa recibe un impulso de forma análoga al ejercicio anterior. a) encontrar las variaciones en los elementos orbitales si el impulso lo recibe en el perihelio. b) encontrar las variaciones en los elementos orbitales si el impulso lo recibe en el afelio.

4. Suponiendo una perturbación

$$d\mathbf{F} = \mathbf{W}\hat{\mathbf{v}} + \mathbf{S}\hat{\mathbf{s}} + \mathbf{N}\hat{\mathbf{z}}$$

con componentes según la dirección de la velocidad, perpendicular a esta y normal al plano, encontrar las modificaciones en las expresiones para \dot{a} , \dot{e} , \dot{I} , $\dot{\Omega}$ y $\dot{\omega}$ encontradas en el problema 2 (ver Danby 11.7).

5. La fricción atmosférica en un satélite artificial es una fuerza resistente en la dirección de la velocidad. Encontrar las expresiones correspondientes para las variaciones en los elementos orbitales a , e , I , Ω , ω para el caso de un satélite artificial frenado por la atmósfera de la Tierra (suponiendo la Tierra perfectamente esférica).

6. Si despreciamos el efecto de disipación de energía por mareas ¿las órbitas osculantes de un satélite en órbita entorno a un planeta de forma arbitraria deberían verificar $\dot{a} = 0$? Justifique su respuesta.

7. (*E. Chiang*). Un satélite se encuentra en una órbita contenida en el plano ecuatorial de un planeta cuyo potencial es

$$V(r, \phi) \simeq -\frac{GM}{r} \left[1 - J_2 \left(\frac{R}{r} \right)^2 \frac{(3 \sin^2 \phi - 1)}{2} \right]$$

- a) Encontrar una expresión para la variación de la longitud del pericentro $\dot{\varpi}$
 b) Calcular la media temporal por revolución $\langle \dot{\varpi} \rangle$
 c) Encontrar $\langle \dot{a} \rangle$, $\langle \dot{e} \rangle$
8. (*La perversidad de los elementos osculantes según E. Chiang*). En el problema anterior suponer que el satélite se encuentra en órbita circular de radio D . Hallar la evolución temporal de los elementos de la órbita osculante $a(t)$, $e(t)$ y $\varpi(t)$.