

MECANICA CELESTE DE MAESTRIA

PRACTICO IV
RESONANCIAS

1. *Hamiltonianos de Andoyer*. Considere la forma general del hamiltoniano para un problema resonante plano:

$$H = a\Phi + \Phi^2 + 2(-1)^q(2\Phi)^{q/2} \cos(q\phi)$$

donde $\Phi > 0$ y $\phi = \sigma$ para el caso q impar y $\phi = \sigma + \pi$ para el caso q par siendo $\sigma = (p + q)\lambda_p - p\lambda - q\varpi$.

- a) Escriba las ecuaciones del movimiento.
 b) Sin discutir estabilidad, encuentre los valores de σ correspondientes a los puntos de equilibrio para el caso de una resonancia de primer orden ($q = 1$).
 c) hallar las condiciones para que existan 1, 2 o 3 puntos de equilibrio en el caso $q = 1$.

Nota: los hamiltonianos de Andoyer no se aplican a resonancias externas del tipo 1:N.

2. Para el hamiltoniano de Andoyer del problema 1 hallar σ correspondientes a los puntos de equilibrio para el caso de una resonancia de segundo orden ($q = 2$).
 3. Para el hamiltoniano de Andoyer del problema 1 hallar una expresión para la frecuencia de las pequeñas oscilaciones en torno del punto de equilibrio (σ_o, Φ_o).
 4. *Curva de Colision*. Considere la resonancia externa 2:3 de una partícula con un planeta en órbita circular y con órbitas coplanares. a) Indique en torno de que valores podría oscilar el ángulo crítico

$$\sigma = 3\lambda - 2\lambda_{pla} - \varpi$$

b) Determine para que valores de e y σ puede haber colisión entre la partícula y el planeta. c) Represente los resultados en un gráfico $k = e \cos \sigma, h = e \sin \sigma$.

5. *Donde es más probable encontrar un Hilda?* Suponga que un asteroide se encuentra en una resonancia interna y que su ángulo crítico

$$\sigma = (p + q)\lambda_p - p\lambda - q\varpi$$

libra con una amplitud despreciable en torno de σ_o . a) Encuentre una expresión aproximada para el ángulo Planeta-Sol-asteroide cuando el asteroide se encuentra en el afelio. b) Calcule dicho ángulo para el caso de los Hildas (resonancia 3:2).

6. Para la resonancia 1:2 con Marte, utilizando el programa "rsigma" estudiar numéricamente la aparición y localización de los puntos de equilibrio en función de la excentricidad $\sigma_o(e)$ considerando un asteroide con $i = 10^\circ, \omega = 30^\circ$ y variando $0 < e < 0.99$. Realizar una gráfica de la fuerza, SR , de la resonancia en función de e .