

MECANICA CELESTE

PRACTICO I
MOVIMIENTO CENTRAL

1. Una partícula se mueve en un campo de fuerza μ/r^2 hacia el origen. Probar que su órbita es una cónica. Si la máxima y mínima velocidad en una órbita elíptica son v_1 y v_2 , encontrar los valores del semieje mayor, periodo y momento angular en función de v_1 , v_2 y μ .

2. • Una partícula se mueve en un campo de fuerza μ/r^2 hacia el origen. Inicialmente es lanzada con velocidad V desde un punto a distancia R del origen, formando un ángulo β con el radio vector. Probar que se cumplirá:

$$\dot{r}^2 = V^2 - \frac{2\mu}{R} + \frac{2\mu}{r} - \frac{R^2 V^2 \sin^2 \beta}{r^2}$$

Encontrar las condiciones para R, V y β tal que: (a) r crezca hasta infinito, (b) r decrezca hasta un mínimo y luego crezca hasta infinito, (c) r oscile entre dos valores fijos.

3. • Una partícula se mueve en un campo de fuerza μ/r^2 hacia el origen. Inicialmente tiene velocidad u formando ángulo recto con el radio vector de módulo c . Investigar los límites de u que dan lugar a los diferentes tipos de cónicas. En el caso elíptico hallar la excentricidad y semieje mayor y encontrar la condición para que el punto inicial sea el apocentro o el pericentro.

4. • Un cuerpo describe una elipse de excentricidad e bajo la acción de una fuerza (newtoniana) en la dirección del foco. Al pasar por el pericentro, el centro de fuerza es transferido al otro foco. Probar que la excentricidad de la nueva órbita es:

$$\frac{e(3+e)}{(1-e)}$$

5. Considerando la ecuación de la energía investigar algunas posibles órbitas cuando la ley de fuerza es μ/r^5 .

6. Una partícula se mueve en un campo de fuerza $-\mu \frac{\dot{r}^2}{r} \hat{\mathbf{r}}$. Resolver la ecuación de movimiento.