

MECANICA CELESTE

PRACTICO II
DISTRIBUCION CONTINUA DE MATERIA

1. Encontrar la ley de variación de densidad $\rho(r)$ tal que la atracción de una esfera sobre una partícula colocada en su superficie sea independiente del radio de dicha esfera.
2. • Se practica un túnel según un diámetro de la Tierra homogénea, esférica y en reposo. Se suelta una partícula. Hallar su movimiento. ¿Qué pasa si el túnel (sin rozamiento) se practica en cualquier otra dirección?
3. • Sea una galaxia plana en forma de disco de radio R con densidad de masa por unidad de área, ρ , uniforme. Una estrella se encuentra en el eje de simetría a una distancia D del centro con velocidad nula. Hallar la velocidad cuando esté pasando por el centro.
4. Un planeta esférico de radio R y densidad uniforme ρ tiene en su interior una cavidad hueca esférica de radio r cuyo centro se encuentra a una distancia a del centro del planeta. Hallar la aceleración gravitacional resultante en un punto genérico del espacio exterior al planeta.
5. • La ecuación del movimiento de un rígido referida a un sistema no inercial xyz definido según sus ejes principales de inercia es:

$$\dot{\vec{L}} + \vec{\omega} \wedge \vec{L} = \vec{M}$$
 donde $\vec{L} = (A\omega_x, B\omega_y, C\omega_z)$ es el momento angular del rígido, $\vec{\omega}$ su vector rotación y $\vec{M} = (M_x, M_y, M_z)$ es el momento respecto al baricentro que las fuerzas externas ejercen sobre el rígido. El eje \vec{z} tiene la dirección del eje principal de inercia cuyo momento es C .
 - (a) Hallar el sistema de Ecuaciones Dinámicas de Euler que determinan la evolución de $\vec{\omega}$ respecto al sistema solidario xyz .
 - (b) Usando la fórmula de MacCullagh para el potencial terrestre hallar la fuerza que ejerce la Tierra sobre una masa puntual m localizada en $\vec{r} = (x, y, z)$. Verificar que esta fuerza no apunta hacia el baricentro terrestre.
 - (c) Hallar la fuerza que m ejerce sobre la Tierra. ¿Dónde estaría aplicada?
Para el caso de la Tierra es razonable suponer $B = A$, cosa que asumiremos de aquí en más.
 - (d) Hallar el par \vec{M} que la masa m ejerce sobre la Tierra.
 - (e) Movimiento Libre Euleriano y periodo de Chandler. Suponiendo $\vec{M} = 0$ hallar el movimiento del vector $\vec{\omega}$ respecto a la figura de la Tierra (sistema xyz). Probar que el eje \vec{z} , $\vec{\omega}$ y \vec{L} son coplanares.
 - (f) Comentar cómo podría estudiarse el movimiento conocido como Precesión y Nutación debido a la acción del Sol y la Luna sobre la Tierra.
6. Un asteroide se encuentra rotando con velocidad constante en torno a uno de sus ejes principales de inercia, digamos, $\vec{\omega} = \omega\hat{z}$. Si sus momentos principales son A , B y C probar que la rotación es inestable ante pequeñas perturbaciones a menos que C sea el máximo o el mínimo momento de inercia.
7. Asumiendo una Tierra con simetría axial ($B=A$) y a partir de la fórmula de MacCullagh hallar expresiones para J_2 y J_3 .
8. a) Calcular la magnitud del efecto de mareas que Júpiter y Mercurio ejercen sobre el Sol. b) Calcular la magnitud del efecto de mareas que la Luna y el Sol ejercen sobre la Tierra.
9. • Hallar la distancia Tierra-Luna cuando el sistema alcance la rotación sincrónica debido a la transferencia de momento angular. Hallar el período de esa rotación. ¿Estará la Luna aún ligada a la Tierra?
10. Estimar límite de Roche para un cometa que se acerca a Júpiter y otro que se acerca a la Tierra.