

MECANICA CELESTE

PRACTICO II
DISTRIBUCION CONTINUA DE MATERIA

1. • Hallar el campo gravitacional, el potencial gravitacional y la energia potencial de una esfera homogenea de masa M y radio R .
2. Encontrar la ley de variacion de densidad $\rho(r)$ tal que la atraccion de una esfera sobre una particula colocada en su superficie sea independiente del radio de dicha esfera.
3. Sea una semiesfera homogenea uniforme de radio R y densidad ρ . Hallar las componentes de la atraccion sobre una particula colocada en su superficie segun las siguientes direcciones: (a) la determinada por la particula y el centro de la base, (b) perpendicular a la anterior y contenida en la base, (c) perpendicular a las anteriores.
4. • Se practica un tunel segun un diametro de la Tierra homogenea, esferica y en reposo. Se suelta una particula. Hallar su movimiento.
5. • Un anillo circular de espesor y ancho infinitesimal tiene masa M y radio a . Hallar una expresion para el potencial gravitacional valida en el plano del anillo.
6. Hallar el momento de inercia de un rigido de forma arbitraria en la direccion $\vec{r} = (x, y, z)$.

7. • La ecuacion del movimiento de un rigido referida a un sistema no inercial xyz definido segun sus ejes principales de inercia es:

$$\dot{\vec{L}} + \vec{\omega} \wedge \vec{L} = \vec{G}$$

donde $\vec{L} = (A\omega_x, B\omega_y, C\omega_z)$ es el momento angular del rigido, $\vec{\omega}$ su vector rotacion y $\vec{G} = (G_x, G_y, G_z)$ es el momento respecto al baricentro que las fuerzas externas ejercen sobre el rigido. El eje \vec{OZ} tiene la direccion del eje principal de inercia, cuyo momento es C .

(a) Hallar el sistema de Ecuaciones Dinamicas de Euler.

(b) Usando la formula de MacCullagh hallar la fuerza que ejerce la Tierra sobre una masa puntual m localizada en $\vec{r} = (x, y, z)$. Donde esta aplicada dicha fuerza? Apunta hacia el baricentro terrestre?

(c) Hallar la fuerza que la particula ejerce sobre la Tierra. Esta aplicada en el baricentro terrestre? Apunta hacia la particula?

Para el caso de la Tierra es razonable suponer $B = A$ cosa que asumiremos de aqui en mas.

(d) Hallar el par \vec{G} que la particula ejerce sobre la Tierra.

(e) Movimiento Libre Euleriano. Suponiendo $\vec{G} = 0$ hallar el movimiento del vector $\vec{\omega}$ respecto a la figura de la Tierra (sistema xyz). Probar que el eje \vec{OZ} , ω y L son coplanares. Analizar el movimiento del eje polar \vec{OZ} respecto a un sistema inercial.

(f) Comentar como podria estudiarse el movimiento conocido como Precesion y Nutacion debido a la accion del Sol y la Luna sobre la Tierra.

8. Asumiendo una Tierra con simetria axial ($B=A$) y a partir de la formula de MacCullagh hallar expresiones para J_2 y J_3 .

9. a) Calcular el efecto de mareas que Jupiter y Mercurio ejercen sobre el Sol. b) Calcular el efecto de mareas que la Luna y el Sol ejercen sobre la Tierra.
10. • Hallar la distancia Tierra-Luna cuando el sistema alcance la rotacion sincronica debido a la transferencia de momento angular. Hallar el periodo de esa rotacion. Estara la Luna aun ligada a la Tierra?
11. Estimar limite de Roche para un cometa que se acerca a Jupiter y otro que se acerca a la Tierra.
12. • Sea una galaxia plana en forma de disco de radio R con densidad de masa por unidad de area, ρ , uniforme. Una estrella se encuentra en el eje de simetria a una distancia D del centro con velocidad nula. Hallar la velocidad cuando este pasando por el centro.