

MECANICA CELESTE

PRACTICO III
PROBLEMA DE DOS CUERPOS (a)

1. • Sea un sistema binario constituido por dos masas M_A y M_B .
 - a) Hallar la ecuación del movimiento de A respecto de B. Idem de B respecto de A. De cada uno de ellos respecto al baricentro.
 - b) Probar que las órbitas resultantes son cónicas de igual excentricidad.
 - c) Hallar la relación entre los semiejes mayores y probar que son colineales.
 - d) Comparar los momentos angulares $\vec{r} \wedge \vec{v}$ para las órbitas de A respecto a B con la de B respecto a A de A respecto a B con la de A respecto al baricentro

2. Se considera el sistema binario constituido por el Sol y Júpiter. Se suponen conocidos los siguientes elementos de la órbita heliocéntrica de Júpiter: $a = 5.2$ UA , $e = 0.05$ y además $M_{Sol}/M_{Jup} = 1047$ siendo $k = 0.01720209895$.
 - a) Calcular a , e y período orbital del Sol respecto al baricentro.
 - b) Hallar la velocidad mínima y máxima del Sol en su órbita respecto al baricentro.

3. • La estrella Procyon es una binaria visual con un período de 40.33 años. La órbita de la componente B respecto al baricentro tiene un semieje mayor de $4''.26$, mientras que el semieje de la componente A respecto del baricentro es $1''.02$.
 - a) Hallar el cociente entre las masas
 - b) Sabiendo que la paralaje es $0''.289$ hallar la distancia al sistema, las masas de las componentes respecto al Sol y las dimensiones físicas de las órbitas.

4. Dados un punto S (llamado foco) y una recta llamada directriz, una sección cónica queda definida por aquellos puntos P que cumplen $SP/PM = e > 0$ donde PM es la distancia a la directriz. Hallar geoméricamente la ecuación de la seccion cónica.

5. • Hallar el semieje mayor a de la órbita de una partícula P que se encuentra a una distancia r del Sol y viaja a una velocidad v . Discutir según r y v . Llamando ϕ al ángulo que forma el radio vector con el vector velocidad, expresar la excentricidad e de la órbita en función de r , ϕ y v .

6. En el caso elíptico probar:

$$r \sin^2(f/2) = a(1 + e) \sin^2(E/2)$$
 y

$$r \cos^2(f/2) = a(1 - e) \cos^2(E/2).$$
 Siendo f la anomalía verdadera y E la excéntrica.

7. • Considerar el sistema Sol-Tierra como masas puntuales ignorando los demas planetas. Si repentinamente la velocidad heliocéntrica de la Tierra de hace cero calcular el tiempo transcurrido hasta la colisión de ambas masas ¿El punto en que se encuentran es alguno en particular? ¿Como sería el movimiento teórico luego de la colisión?

8. Parcial 2009. Un cometa se encuentra en una posición heliocéntrica dada por el radio vector $\vec{r} = (1, 1, 0)$ UA y con una velocidad heliocéntrica dada por $\vec{v} = (0.01, 0.02, 0.02)$ UA/día respecto a un sistema de coordenadas rectangulares eclípticas. Hallar los elementos orbitales a, e, i, Ω .