

MECANICA CELESTE

PRACTICO VI
PROBLEMA DE 3 CUERPOS

1. Considere el criterio de Tisserand para el sistema Sol-Jupiter.
 - a) Sea un cometa parabolico con $i = 0^\circ$ y $q = a_J$, suponiendo que no hay cambios en la inclinacion hallar la minima distancia perihelica que puede alcanzar evolucionando en el sistema.
 - b) Idem para el caso $i = 180^\circ$.

2. • Exprese la constante de Tisserand, T , en funcion de q y Q para el caso $i = 0$. Estudie aproximadamente la forma de las curvas $T = cte$ en el espacio (q, Q) . Determine la curva correspondiente a $T = 3$.
3. • Considere el problema restringido de tres cuerpos plano. Probar que la ecuacion de las curvas limite pueden escribirse como:

$$(1 - \mu) \left(r_1^2 + \frac{2}{r_1} \right) + \mu \left(r_2^2 + \frac{2}{r_2} \right) = C + \mu(1 - \mu)$$

Luego pruebe que el minimo valor para C es $3 - \mu(1 - \mu)$.

4. Calcular el radio de la esfera de Hill para la Tierra y para Jupiter. Para el sistema Sol-Tierra determine si una partícula localizada en el punto doble opuesto al Sol puede ser eclipsada.
5. • Si $(1 - \mu)$ y μ son el Sol y la Tierra respectivamente probar que el periodo de las oscilaciones paralelas al eje z de una partícula colocada levemente desplazada del punto doble opuesto al Sol es 183.3 dias solares medios.
6. Para el problema anterior probar que el periodo de las oscilaciones en el plano x - y es 177.0 dias.
7. • Considere la integral de Jacobi aplicada aproximadamente al caso del Sol, la Tierra y la Luna (sin masa). Hallar el valor de C e investigar el tamaño y forma de las superficies limites de Hill para el movimiento de la Luna. En particular determine si hay conexión entre los lobulos.
8. • Considere las pequeñas oscilaciones entorno a los puntos de libración de los asteroides Troyanos. Probar que de los dos periodos, uno es aproximadamente igual al de Jupiter y el otro es aproximadamente 148 años. A la oscilación de mayor periodo se la conoce como *libración*.
9. Si definimos

$$\Phi(x, y, z) = \frac{1}{2}(x^2 + y^2) + \frac{1 - \mu}{r_1} + \frac{\mu}{r_2} + \frac{1}{2}\mu(1 - \mu)$$

- a) Probar que la integral de Jacobi puede ser escrita en la forma

$$v^2 = 2\Phi - C'$$

- b) Probar que C' toma el mismo valor en L_4 y L_5 independientemente de μ , y hallar dicho valor.
- c) Probar que

$$2\Phi = (1 - \mu) \left(r_1^2 + \frac{2}{r_1} \right) + \mu \left(r_2^2 + \frac{2}{r_2} \right)$$

10. • Considere el sistema Sol, Neptuno y un transneptuniano como un problema restringido plano de 3 cuerpos. Inicialmente la partícula se mueve con velocidad perpendicular al eje \vec{x} del sistema rotante tal que su órbita osculante (movimiento heliocéntrico instantáneo) es circular con movimiento medio $n = \frac{2}{3}n_N$, siendo $n_N = 1$ el movimiento medio de Neptuno cuya masa es $\mu = 0.00005$.
- Hallar la constante de Jacobi C para la partícula.
 - Determinar si la partícula puede ingresar dentro de la esfera de Hill de Neptuno.
11. Tres cuerpos masivos se mueven de acuerdo a una solución Lagrangeana. a) Probar que las órbitas mutuas son cónicas. b) Discutir las orientaciones de sus ejes. c) Determinar relación entre sus excentricidades y relación entre sus semiejes.
12. • Realizando varios experimentos con el programa COLISIONLAB estime la vida media del asteroide (99942) Apophis (para Gerardo) debido a sus encuentros con la Tierra, (4503) Cleobulus (para Mariana) debido a sus encuentros con Marte y (6144) Kondojiro (para Andrea) debido a sus encuentros con Jupiter.