

## MECANICA CELESTE

PRACTICO VII  
PROBLEMA DE N CUERPOS

1. Discutir los efectos de la precesión y de la fricción de mareas en el plano invariable del sistema Tierra-Luna-Sol considerado como un sistema aislado.

2. • Probar que

$$\frac{1}{M} \frac{d^2}{dt^2} \left( \sum_{i \leq j} \sum_{j=i}^n m_i m_j r_{ij}^2 \right) = 4C + 2U$$

donde  $M = \sum_{i=1}^n m_i$

3. • Sea un sistema de  $n$  cuerpos donde la fuerza resultante en cada masa  $m_i$  es  $\vec{F}_i$ . Probar que

$$\frac{1}{2} \frac{d^2 I}{dt^2} = 2T + \sum_{i=1}^n \vec{r}_i \cdot \vec{F}_i$$

4. Escribir las ecuaciones del movimiento para un sistema de  $N$  cuerpos en donde la ley de fuerza varía inversamente con la potencia  $k$  de la distancia.

a) Hallar la función fuerza y las 10 integrales del movimiento.

b) Hallar el valor de  $k$  para el cual las ecuaciones de movimiento son independientes.

5. Probar explícitamente que en un sistema de  $N$  masas puntuales sometidas a atracción newtoniana se cumple:

$$\sum_{i=1}^N \vec{r}_i \cdot \nabla_i U = -U$$

Calcular la sumatoria anterior para el caso en que la fuerza sea dada por

$$|\vec{F}_{ij}| = \frac{k^2 m_i m_j}{r_{ij}^K}$$

con  $K > 2$ .

6. Calcular el radio de la esfera de influencia (o esfera de actividad) para la Tierra. Estime la aceleración que produce la Tierra en la Luna y la aceleración que produce el Sol en la Luna. Explique el resultado.

7. Estime el valor de la perturbación que produce Júpiter en la órbita heliocéntrica de un objeto transneptuniano y en la órbita heliocéntrica de un asteroide con afelio en 4.5 UA.

8. • Considere un cometa lo suficientemente alejado del sistema solar como para suponer que su distancia a todos los cuerpos del sistema solar es la misma. Plantee la ecuación de movimiento para el cometa en el sistema heliocéntrico y en el sistema baricéntrico. ¿Cuál es más conveniente?
  
9. • Estime la magnitud de las oscilaciones que experimentan las "energías"  $x = 1/a_{hel}$  de las órbitas heliocéntricas de los cometas de la Nube de Oort debido al movimiento del Sol en torno del baricentro del sistema solar.
  
10. • Un cometa de elementos orbitales  $a = 3$  UA,  $e = 0.5$  e  $i = 15^\circ$  sufre continuamente una perturbación del tipo  $R = T = C/r^2$  y  $N = 0$  según las direcciones radial, transversa y normal respectivamente, siendo  $C$  una constante. a) Probar que  $\langle da/dt \rangle = 2C/(k\sqrt{a}(1-e^2))$  siendo  $k$  la constante de Gauss. b) Hallar  $C$  sabiendo que en 100 años el cometa aumentó su semieje en 0.1 UA.
  
11. Considere un asteroide experimentando una perturbación continua del tipo  $R = cte$  y  $T = N = 0$  según las direcciones radial, transversa y normal respectivamente. Probar que  $\langle da/dt \rangle = \langle de/dt \rangle = \langle di/dt \rangle = 0$ .