¿Por qué Eris?

Tabaré Gallardo

www.fisica.edu.uy/∼gallardo

Departamento de Astronomía
IFFC (UdelaR)

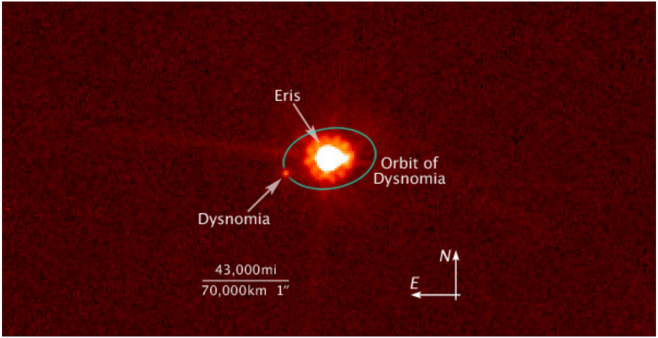
Seminarios de Física, 7 setiembre 2012

Indice

Resumen

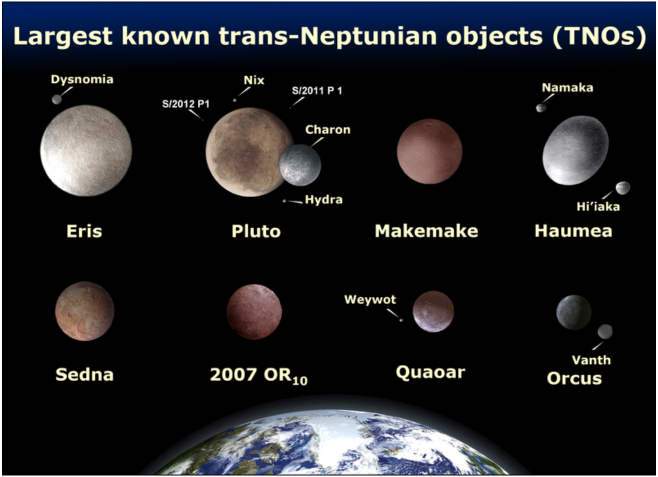
Enigmático título para una charla cuyo objetivo no es más que introducir a los estudiantes en algunas metodologías utilizadas en el estudio de la evolución orbital de planetas, cuerpos menores y satélites.

Eris



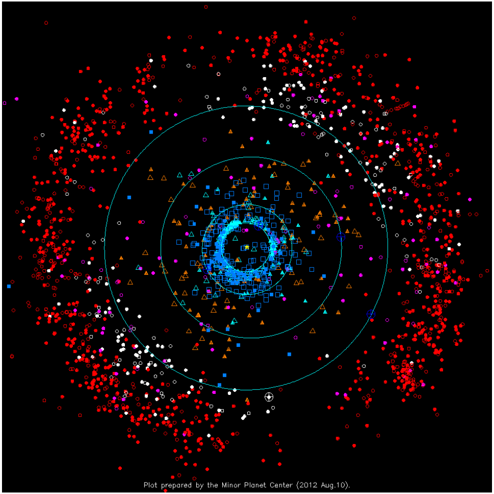
(Hubble site)

Los mayores TransNeptunianos



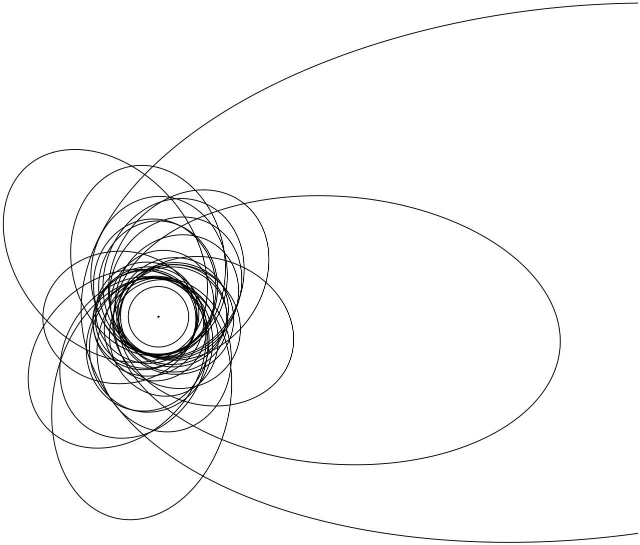
(wikipedia)

Población conocida de TNs



(MPC)

Dispersión orbital en la Región TN



Motivación

- La existencia de órbitas de alta excentricidad e inclinación **desacopladas de Neptuno** ha desafiado a los astrónomos quienes han recurrido a diversas teorías que involucran planetas no descubiertos, compañeros solares, pasajes estelares, etc.
- **¿Es necesario recurrir a esas hipótesis?**

Motivación

- La existencia de órbitas de alta excentricidad e inclinación **desacopladas de Neptuno** ha desafiado a los astrónomos quienes han recurrido a diversas teorías que involucran planetas no descubiertos, compañeros solares, pasajes estelares, etc.
- **¿Es necesario recurrir a esas hipótesis?**

FACULTAD DE CIENCIAS
UDELAR | fcien.edu.uy

Contents lists available at SciVerse ScienceDirect

Icarus

journal homepage: www.elsevier.com/locate/icarus

Survey of Kozai dynamics beyond Neptune

Tabaré Gallardo *, Gastón Hugo, Pablo Pais

Departamento de Astronomía, Instituto de Física, Facultad de Ciencias, Iguá 4225, 11400 Montevideo, Uruguay

(algo de...)

Teoría de Perturbaciones

Elementos orbitales

Ecuación de movimiento ($\mu = GM_\odot$):

$$\ddot{\vec{r}} = -\frac{\mu}{r^2}\hat{r} + \nabla R$$

Función perturbadora:

$$R = \sum_i R_i$$

Energía total de la partícula:

$$K = \frac{v^2}{2} - \frac{\mu}{r} - R = -\frac{\mu}{2a} - R$$

Elementos orbitales

Ecuación de movimiento ($\mu = GM_\odot$):

$$\ddot{\vec{r}} = -\frac{\mu}{r^2}\hat{r} + \nabla R$$

Función perturbadora:

$$R = \sum_i R_i$$

Energía total de la partícula:

$$K = \frac{v^2}{2} - \frac{\mu}{r} - R = -\frac{\mu}{2a} - R$$

Elementos orbitales

Solución:

$$\vec{r}(t)$$

$$\vec{r}(t), \dot{\vec{r}}(t) \longrightarrow (a, e, i, \omega, \Omega, T)$$

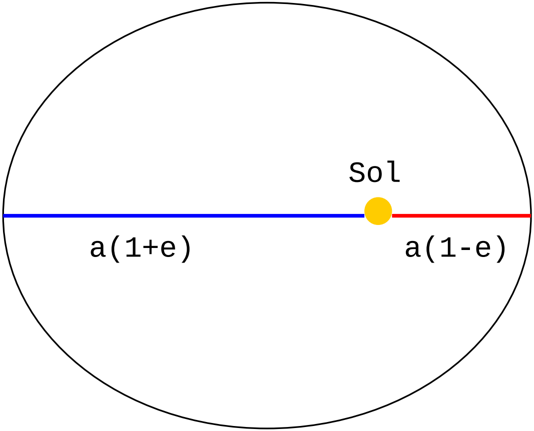
- Si $R = 0 \longrightarrow (a, e, i, \omega, \Omega, T)$ son constantes.
- Si $R \neq 0 \longrightarrow (a, e, i, \omega, \Omega, T)$ varían con el tiempo.

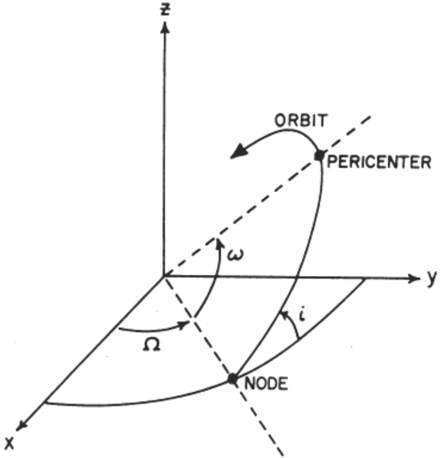
Evolucion del Sistema Solar interior

http://youtu.be/HKxMTelzcZo

afelio: $Q = a(1+e)$

perihelio: $q = a(1-e)$





(Greenberg 1982)

Caminos posibles para estudiar **la dinámica**:

- **Resolución numérica** de las ecuaciones exactas con C.I. que ocupen todo el espacio de parámetros. Titánico análisis posterior de $a(t), e(t), \ldots$
- Estudio de un **modelo analítico** aproximado.

La Mecánica Celeste se desarrolló cuando la primera opción era inconcebible.


Euler


Laplace


Lagrange

100 años después de la Ley de Gravitación Universal:

$$\begin{aligned}\frac{da}{dt} &= f_a(R)\\ \frac{de}{dt} &= f_e(R)\\ \frac{di}{dt} &= f_i(R)\\ &\dots\end{aligned}$$

$$\boxed{R = R^{cp}(t) + R^{sec}(a, e, i, \dots)}$$

Teoría Secular

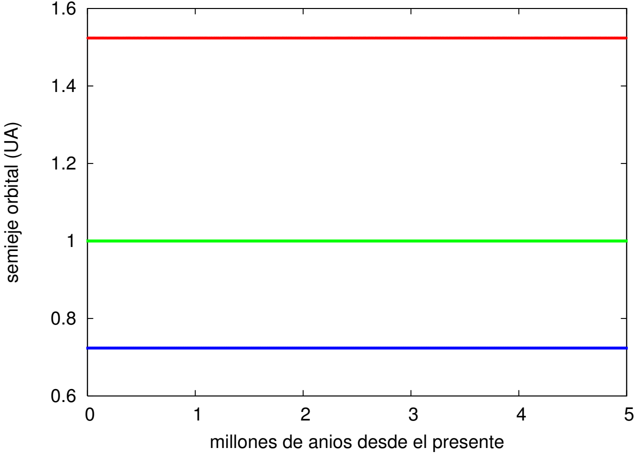
Se elimina $R^{cp}(t)$ o se promedia en t (... o algo mas complicado):

$$
\begin{aligned}
\frac{da}{dt} &= f_a(R^{sec}) = 0 \\
\frac{de}{dt} &= f_e(R^{sec}) \\
\frac{di}{dt} &= f_i(R^{sec}) \\
\dots
\end{aligned}
$$

Describen el comportamiento de $(a, e, i, \omega, \Omega)$ a largo plazo, despreciando las oscilaciones de alta frecuencia.

$$\boxed{a = constante}$$

Solución numérica de las ecuaciones exactas de movimiento:



Energía constante

Si asumimos que los planetas perturbadores tienen **orbitas fijas**
$\Rightarrow R^{sec}$ resulta independiente del tiempo y la energía del objeto será:

$$\boxed{K = -\frac{\mu}{2a} - R^{sec} = constante}$$

podemos calcular curvas de **niveles de energía**. El movimiento estará **confinado** en esos niveles.

Teoría Secular con planetas en orbitas fijas:

a, K **son constantes del movimiento.**

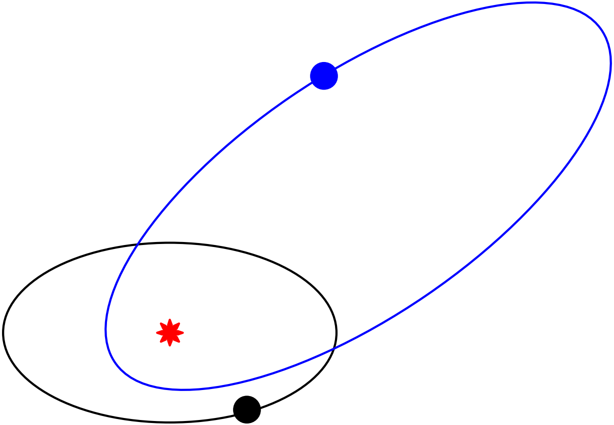
Dinámica de Kozai-Lidov

Asumimos además a los **perturbadores en órbita circular**:

- Lidov 1961-1962: satélite perturbado por Luna, analítico.
- Kozai 1962: asteroide perturbado por Júpiter, analítico.
- Bailey et al. 1992: cometa perturbado por Júpiter, numérico.
- Thomas y Morbidelli 1996: TNs perturbados por JSUN, numérico.

una nueva constante del movimiento: $H = \sqrt{1-e^2}\cos i$.

Método numérico de Bailey et al. (1992) y Thomas y Morbidelli (1996):



$$R^{sec} = \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} R(\lambda_{pla}, \lambda_{TN}) \, d\lambda_{pla} \, d\lambda_{TN}$$

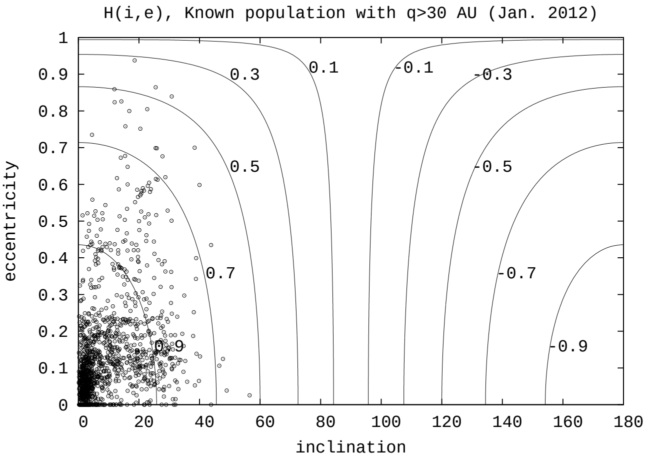
$$\begin{aligned} K(a, H, q, \omega) &= constante \\ a &= constante \\ H = \sqrt{1 - e^2} \cos i &= constante \end{aligned}$$

(para los que vieron Mecánica Analítica: el Hamiltoniano del problema es K y es independiente de las coordenadas conjugadas de los momentos a y H)

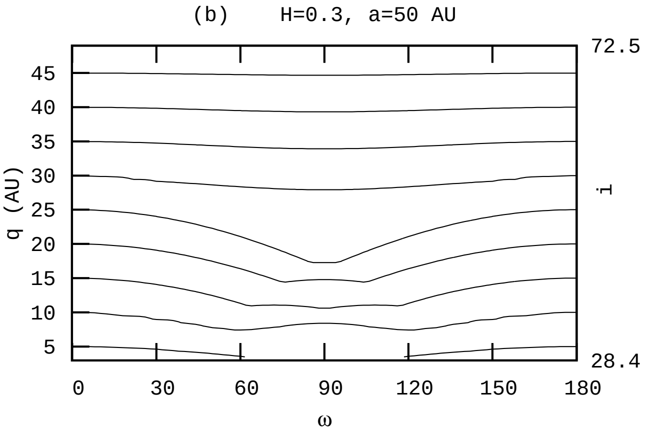
Región TN

$$
\begin{aligned}
K &= constante \\
a &= constante \\
H = \sqrt{1 - e^2}\cos i &= constante
\end{aligned}
$$

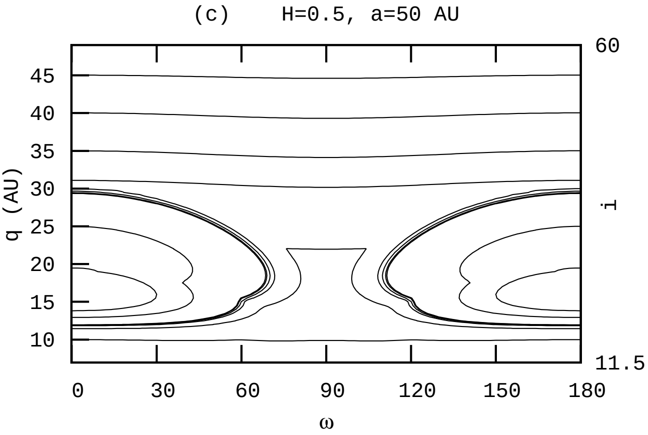
$H = \sqrt{1 - e^2} \cos i = \mathrm{cte}$



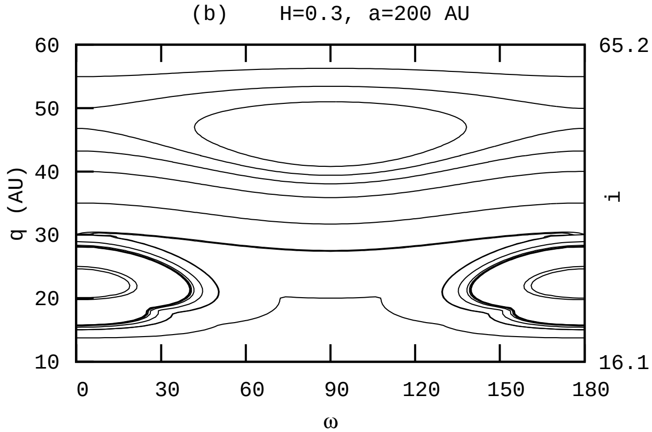
K = constante


(b) H=0.3, a=50 AU
72.5
28.4
45
40
35
30
25
20
15
10
5
q (AU)
i
0
30
60
90
120
150
180
ω

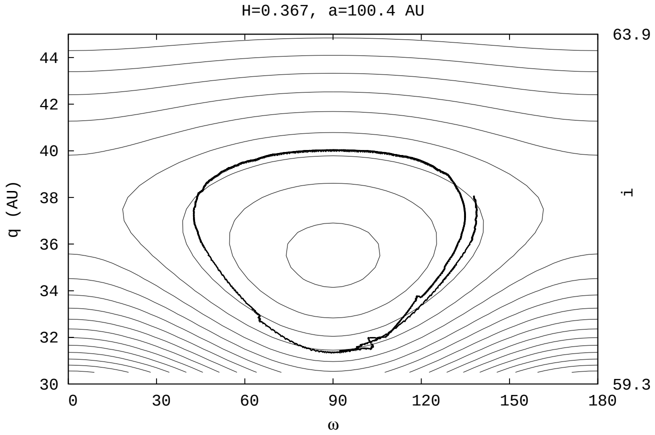
K = constante


(c) H=0.5, a=50 AU
60
45
40
35
30
25
20
15
10
q (AU)
i
11.5
0
30
60
90
120
150
180
ω

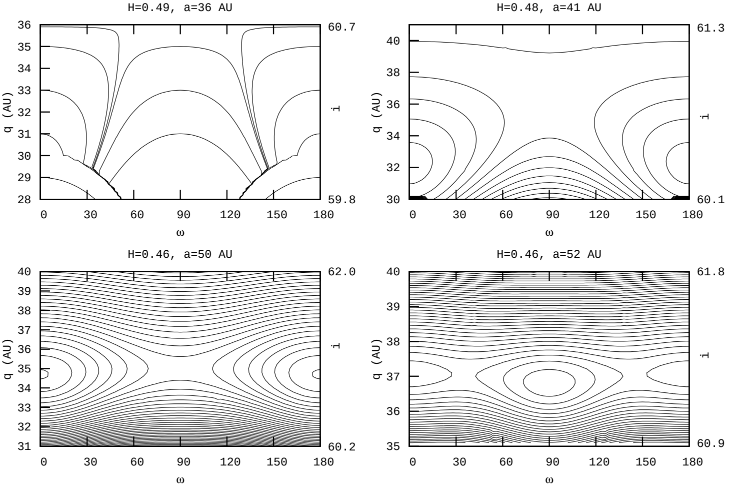
Nuevo punto de equilibrio en $\omega = 90°$



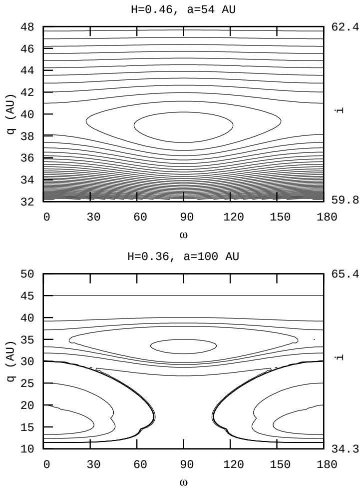
Solución numérica de las ecuaciones exactas de movimiento versus el modelo:



Metamorfosis de los puntos de equilibrio



Metamorfosis de los puntos de equilibrio

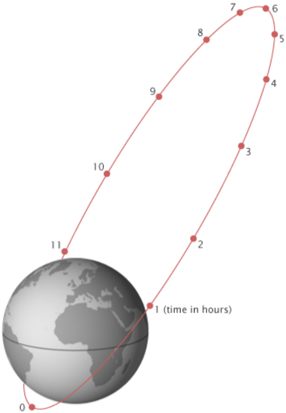


Entonces:

- Encontramos una familia de puntos de equilibrio en $i \sim 60° - 63°$
- ¿Por qué se generan esos puntos?
- ¿Hay más?

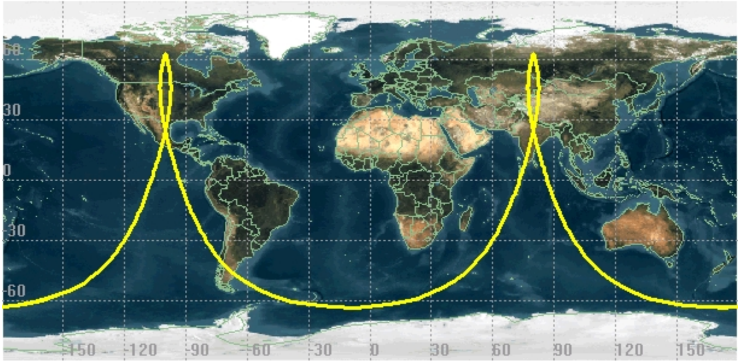
Dinámica de altas inclinaciones

Algo de historia: satélites Molniya



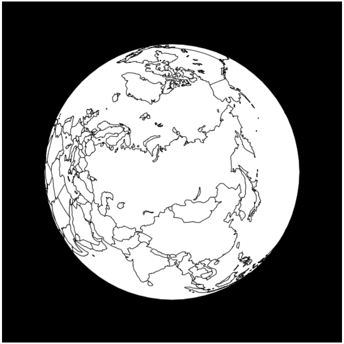
(wikipedia)

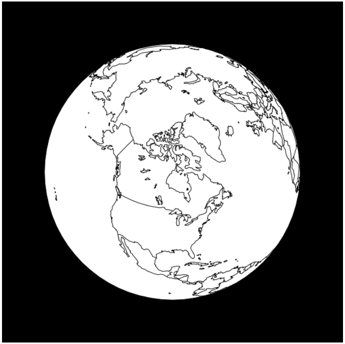
Cobertura de los Molniya



(wikipedia)

Cobertura de los Molniya en apogeo





(wikipedia)

¿Por qué tan inclinados?

El **achatamiento** terrestre (J_2) genera una variación:

$$\frac{d\omega}{dt} \propto J_2(3 + 5\cos 2i)$$

Pero si

$$i \simeq 63{,}4^\circ \longrightarrow \frac{d\omega}{dt} = 0$$

el apogeo se mantiene fijo (convenientemente) en el hemisferio norte.

¿63,4°?

¿Por qué tan inclinados?

El **achatamiento** terrestre (J_2) genera una variación:

$$\frac{d\omega}{dt} \propto J_2(3 + 5\cos 2i)$$

Pero si

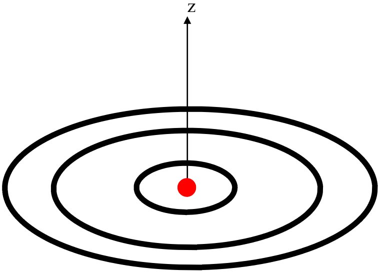
$$i \simeq 63{,}4^\circ \longrightarrow \frac{d\omega}{dt} = 0$$

el apogeo se mantiene fijo (convenientemente) en el hemisferio norte.

¿$63{,}4^\circ$?

Modelo Sol + anillos

- ¿Podremos lograr que el sistema planetario sea **dinámicamente equivalente** a un Sol achatado?
- Sustituímos Sol + planetas $\longrightarrow$ potencial de esfera + anillos



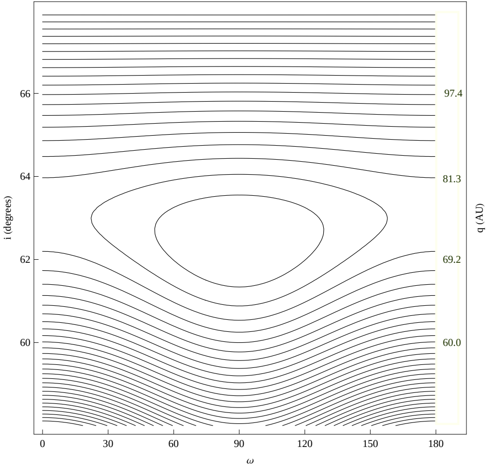
R generada por esfera + anillos

$$R = \frac{C}{4}\frac{\mu}{r^3}(1 - 3\frac{z^2}{r^2}) + \frac{9E}{64}\frac{\mu}{r^5}(1 - 10\frac{z^2}{r^2} + \frac{35}{3}\frac{z^4}{r^4}) + \dots$$

$$R^{sec} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} R(\lambda_{TN})\, d\lambda_{TN}$$

- $C =$ momento de inercia en la dirección z.
- la energía $K = -\mu/2a - R^{sec}$ es constante.
- podemos calcular curvas de niveles de energía (mapas de Kozai).

Mapas de Kozai para nuestro modelo analítico



Ecuaciones de nuestro modelo

$$
\begin{aligned}
\frac{de}{dt} &= \frac{45ekE}{512a^{11/2}(1-e^2)^3}(5+7\cos 2i)\sin^2 i \sin 2\omega + \dots \\
\frac{di}{dt} &= -\frac{45e^2kE}{1024a^{11/2}(1-e^2)^4}(5+7\cos 2i)\sin 2i \sin 2\omega + \dots \\
\frac{d\Omega}{dt} &= -\frac{3Ck}{4a^{7/2}(1-e^2)^2}\cos i + \dots \\
\frac{d\omega}{dt} &= \frac{3Ck}{16a^{7/2}(1-e^2)^2}(3+5\cos 2i) + \dots \\
\frac{d\varpi}{dt} &= \frac{3Ck}{16a^{7/2}(1-e^2)^2}(3-4\cos i+5\cos 2i) + \dots
\end{aligned}
$$

Ecuación para ω

$$\frac{d\omega}{dt} \propto (3 + 5\cos 2i) + \ldots$$

$$i \sim 63{,}4^\circ \longrightarrow \frac{d\omega}{dt} = 0$$

como los Molniya!

$$\frac{de}{dt} \propto (5 + 7\cos 2i)\sin^2 i \sin 2\omega + \ldots$$

$$\frac{de}{dt} = 0 \longrightarrow \omega = 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$$

Ecuación para ω

$$\frac{d\omega}{dt} \propto (3 + 5\cos 2i) + \ldots$$

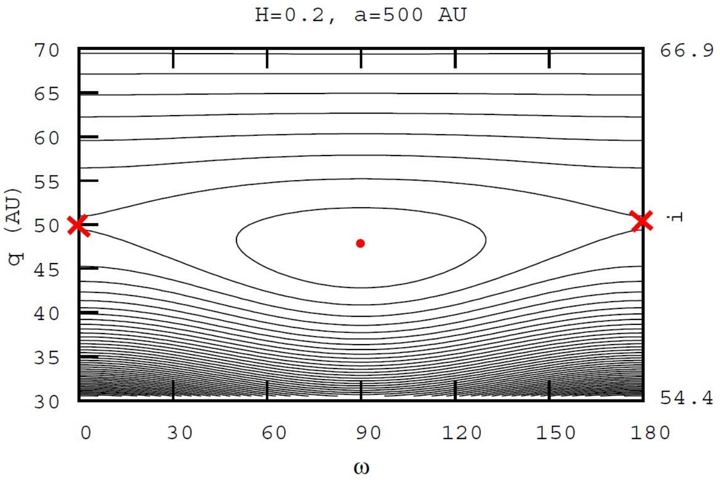
$$i \sim 63{,}4^\circ \longrightarrow \frac{d\omega}{dt} = 0$$

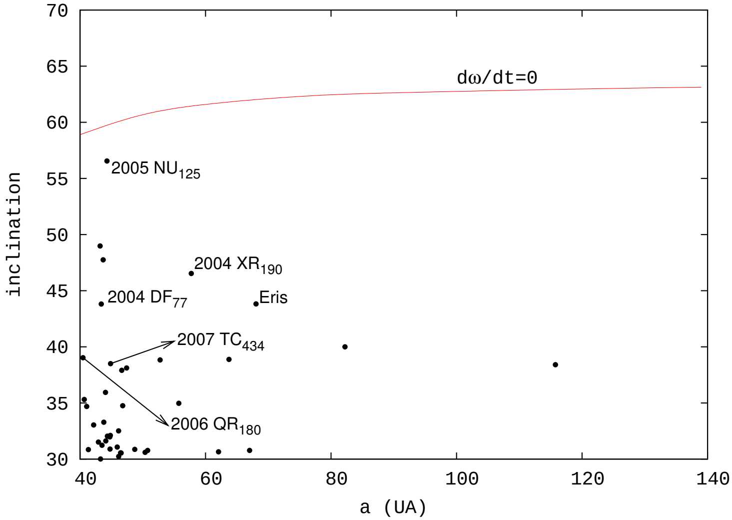
como los Molniya!

$$\frac{de}{dt} \propto (5 + 7\cos 2i)\sin^2 i \sin 2\omega + \ldots$$

$$\frac{de}{dt} = 0 \longrightarrow \omega = 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$$

Puntos de equilibrio

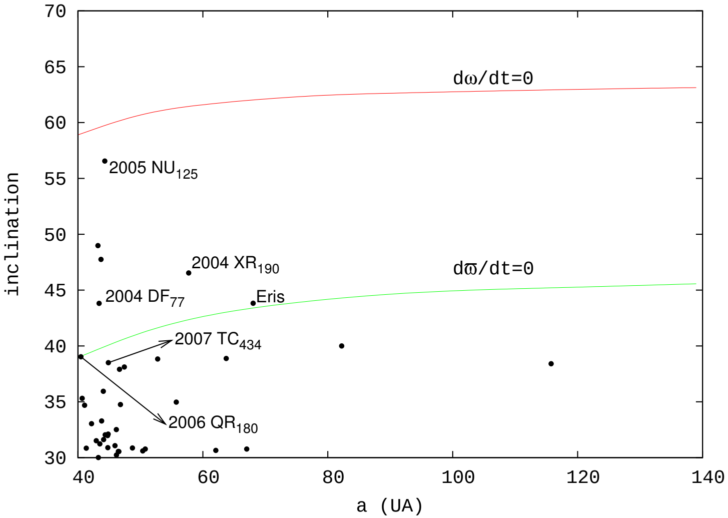


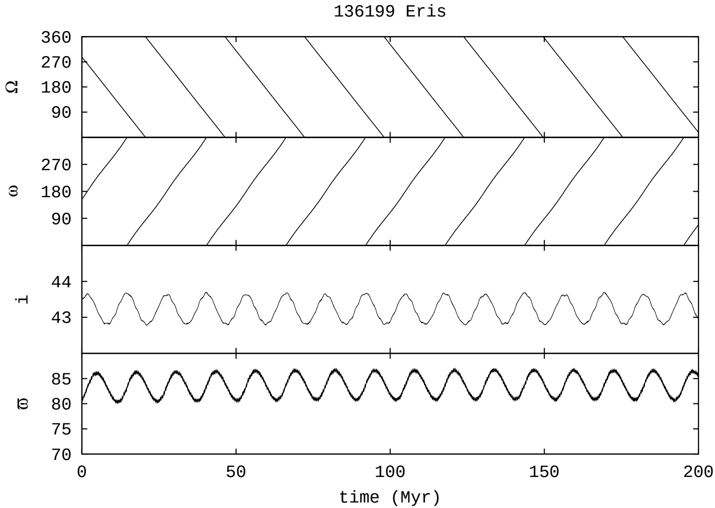

70
65
60
55
50
45
40
35
30
inclination
40
60
80
100
120
140
a (UA)
dω/dt=0
2005 NU125
2004 XR190
2004 DF77
Eris
2007 TC434
2006 QR180

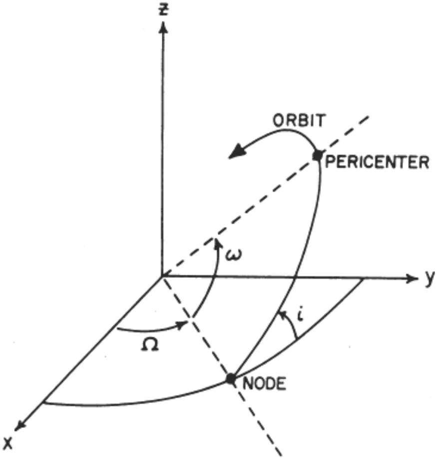
Ecuación para $\varpi = \Omega + \omega$

$$\frac{d\varpi}{dt} \propto (3 - 4\cos i + 5\cos 2i) + \ldots$$

$$\frac{d\varpi}{dt} = 0 \longrightarrow i \sim 46^\circ$$


dω/dt=0
dϖ/dt=0
2005 NU125
2004 XR190
2004 DF77
Eris
2007 TC434
2006 QR180
inclination
a (UA)
70
65
60
55
50
45
40
35
30
40
60
80
100
120
140


136199 Eris
Ω
360
270
180
90
ω
270
180
90
i
44
43
ϖ
85
80
75
70
0
50
100
150
200
time (Myr)



(Greenberg 1982)

Eris por 200 MA:

http://youtu.be/CA1XPj_DklY

Algunas conclusiones

- Para los objetos ubicados más allá de Neptuno el SS es dinámicamente $\sim$ Sol achatado
- Existe una familia de puntos (en $i \sim 63°$) con $\dot{\omega} = 0$ que generan grandes oscilaciones en q
- No se han descubierto aún objetos reales en esa configuración
- Existe una familia de puntos (en $i \sim 46°$) con $\dot{\varpi} = 0$
- Eris es el único objeto conocido en esa configuración

¿Por qué Eris?

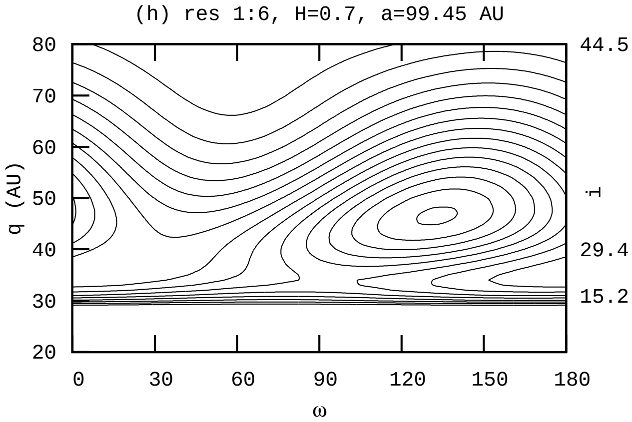
Bibliografía y links

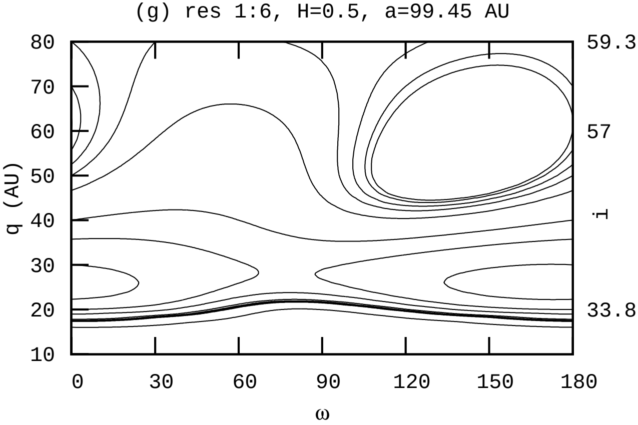
- *Survey of Kozai Dynamics Beyond Neptune*, Icarus 220, 392-403.
- Seminario *Investigando la Dinámica de Sistemas Planetarios* (2004).
- Programa SOLEVORB: para hacer integraciones numéricas.
- www.fisica.edu.uy/∼gallardo

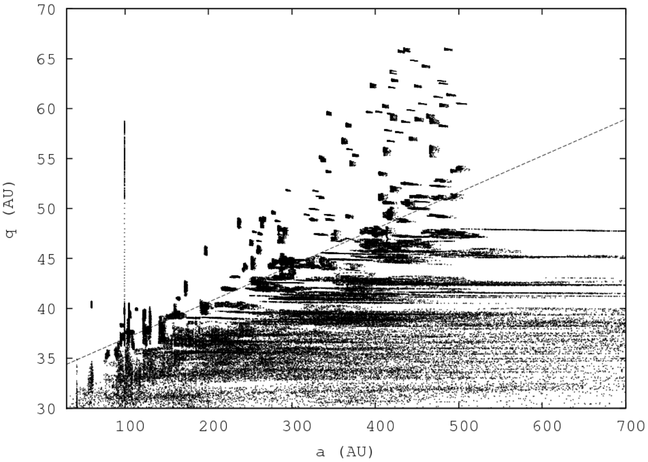
Reunión Anual de la Sociedad Uruguaya de Astronomía 2012

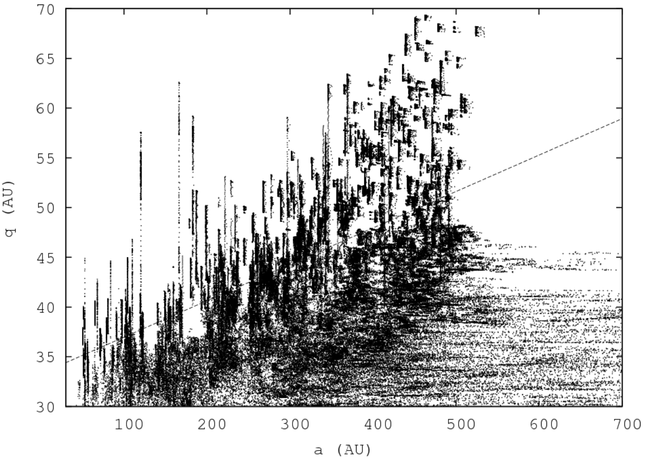
www.astronomia.edu.uy/sua2012

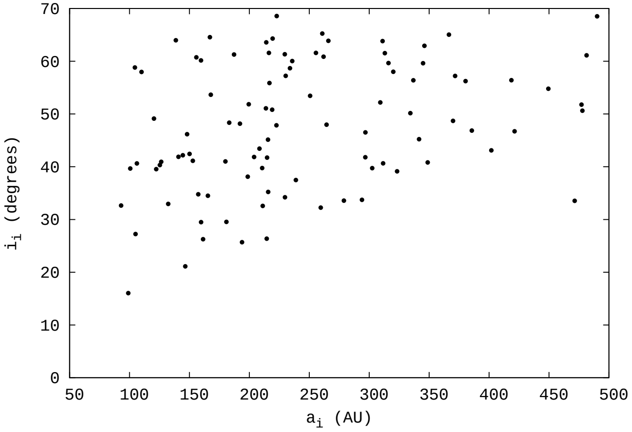
Sábado 6 de Octubre
Aulario del Faro


(h) res 1:6, H=0.7, a=99.45 AU
q (AU)
80
70
60
50
40
30
20
0
30
60
90
120
150
180
ω
i
44.5
29.4
15.2


(g) res 1:6, H=0.5, a=99.45 AU
80
70
60
50
40
30
20
10
q (AU)
59.3
57
i
33.8
0
30
60
90
120
150
180
ω


70
65
60
55
50
45
40
35
30
q (AU)
100
200
300
400
500
600
700
a (AU)


q (AU)
a (AU)
70
65
60
55
50
45
40
35
30
100
200
300
400
500
600
700


70
60
50
40
30
20
10
0
50
100
150
200
250
300
350
400
450
500
i_i (degrees)
a_i (AU)