

Dinámica Secular y Resonante en Sistemas Planetarios O Las Resonancias después de las Resonancias

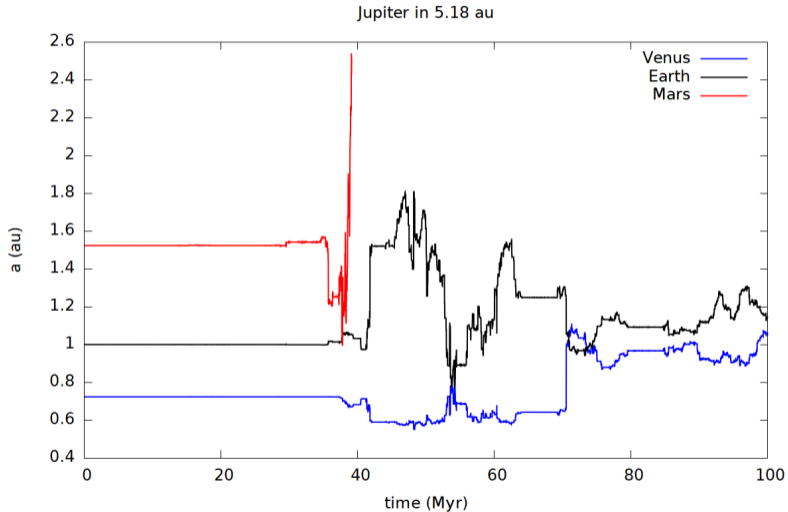
Proyecto CSIC I+D

<https://sites.google.com/view/udelarsistemasplanetarios/>

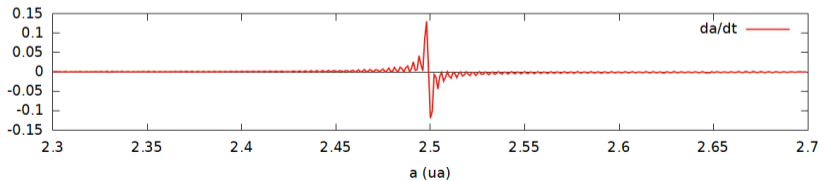
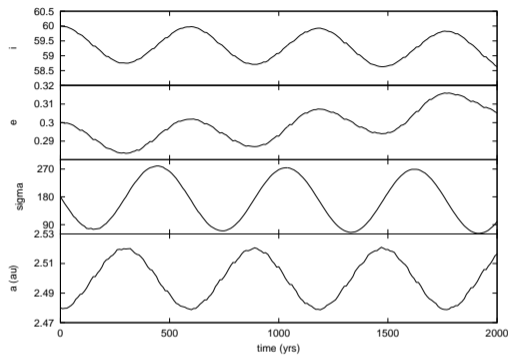
Tabare Gallardo, Facultad de Ciencias, UdelaR, Uruguay

10 de Mayo de 2023

Dinámica SECULAR + caótica



Dinámica RESONANTE

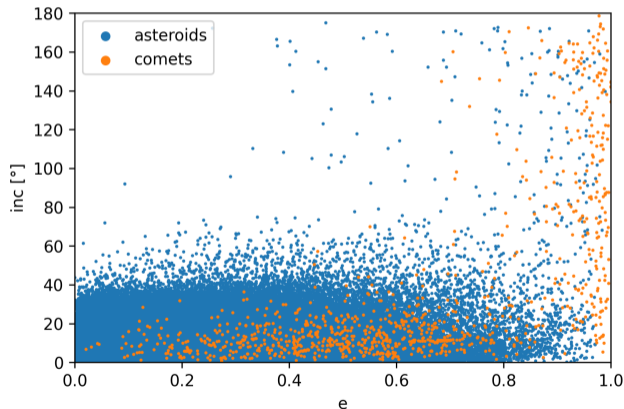


- dinámica de encuentros: caótica ✗
- dinámica secular: regular, semiejes constantes ✓
- dinámica resonante: todo oscila y evoluciona en grandes escalas de tiempo ✓

Población objetivo: toda órbita excéntrica y/o inclinada de evolución continua

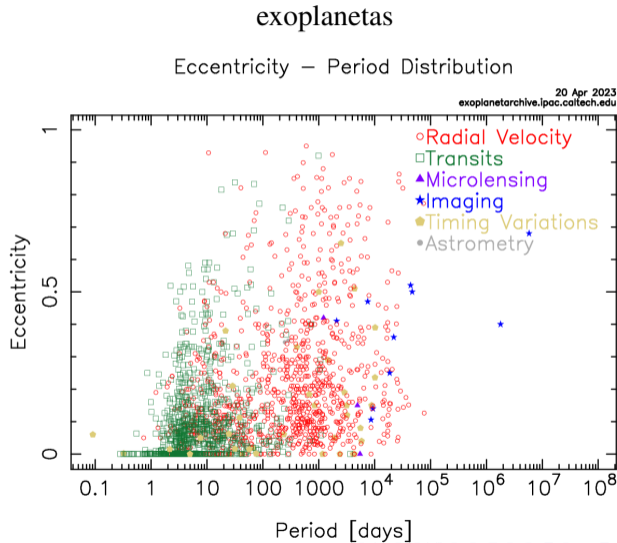
Preguntas que busca responder el Proyecto

cuerpos menores ($0 < a < 100$ ua)

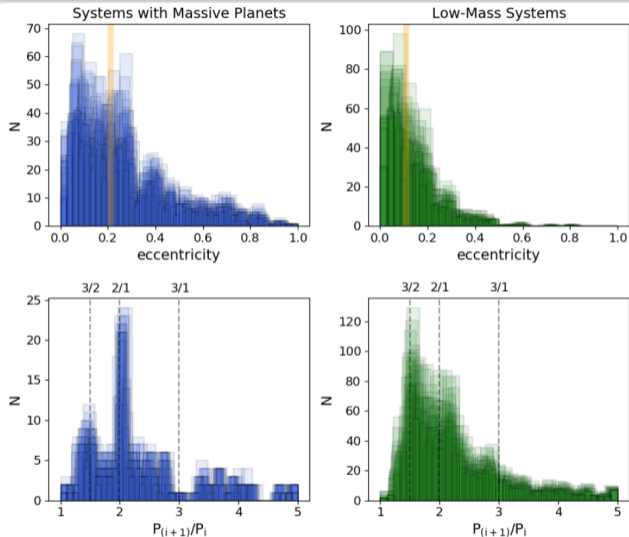


- ¿Cómo es la dinámica secular y resonante de **cuerpos menores excéntricos y/o inclinados** en el Sistema Solar?

- ¿Cómo es la dinámica secular y resonante de **sistemas planetarios excéntricos**?



Preguntas que busca responder el Proyecto

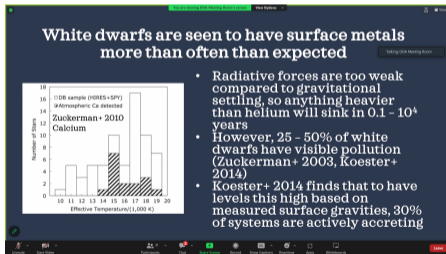


- ¿Por qué existen ciertas **resonancias preferidas** en los sistemas planetarios?

Post-main-sequence planetary system evolution

Dimitri Veras

Department of Physics, University of Warwick, Coventry CV4 7AL, UK



- ¿Cómo es la dinámica secular y resonante de **cuerpos menores** en sistemas planetarios excéntricos?

Excitación de sistemas planetarios en la etapa post secuencia principal.

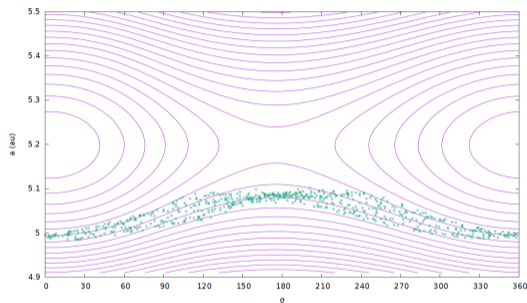
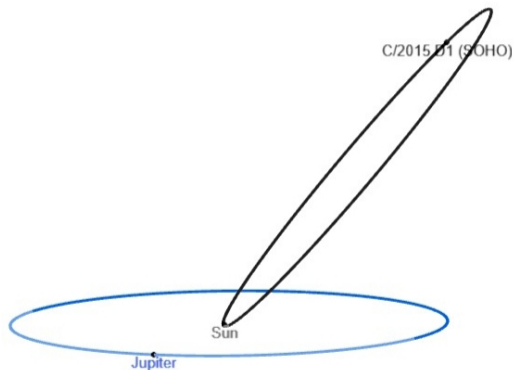
¿Por qué la obsesión con lo excéntrico?

- porque las teorías planas y de baja e están excelentemente desarrolladas
- porque no existían **modelos** generales para resonancias
- ahora existen y son nuestros (Gallardo 2020 y GBG21)
- necesitan ser chequeados
- oportunidad para ser aplicado a todos los objetos que no fueron estudiados: cometas, sungrazers, Planeta 9, coorbitales excéntricos, extrasolares...

MODELO: expresión H , cálculo R , sistema de referencia y variables, solución.

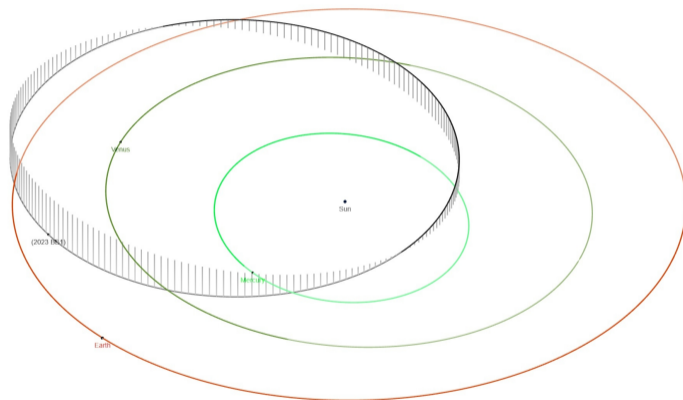
Ejemplo bizarro

C/2015 D1 en quasi-resonancia 1:1 con
Jupiter



Hamiltoniano 1:1 (modelo G20), e
integración numérica exacta del objeto.

2023 BB1 en resonancia 1:1 con Venus

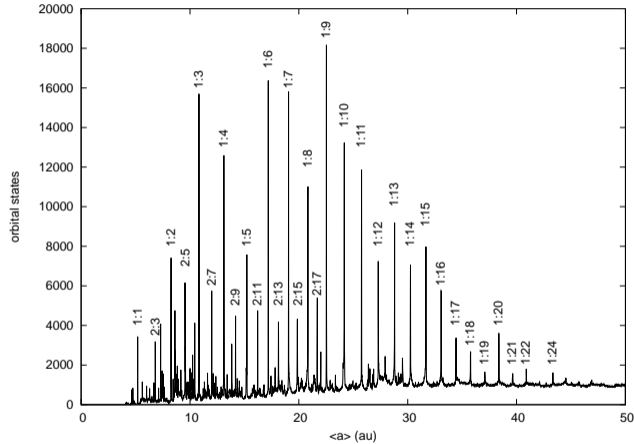


animacion

©Nicolas

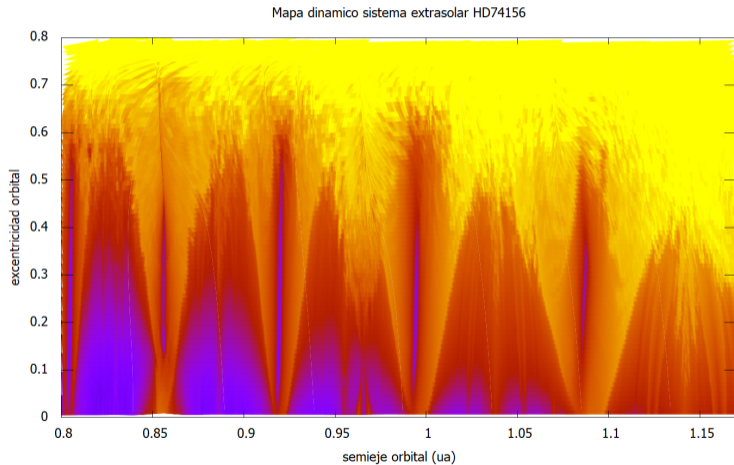
Resonancias son populares entre partículas excéntricas

Histograma de estados orbitales medios de cometas:



Fernandez et al., 2016

Mapa dinámico para HD 74156

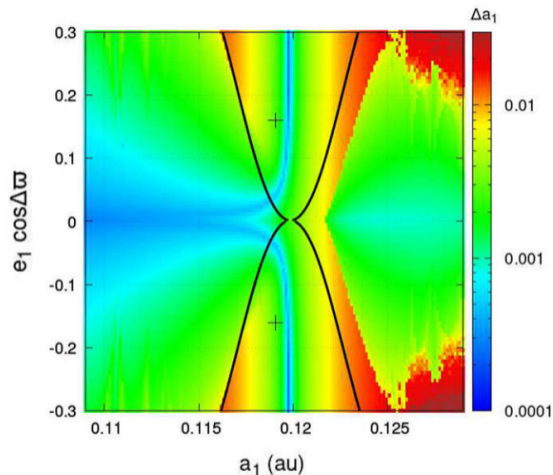


Modelos válidos para alta excentricidad ($e > 0.6$)

	ASTEROIDAL	PLANETARIO
Secular	ZLK circular y excéntrico espacial	ZLK espacial (Naoz, De Elia) y caso plano aplicado a extrasolares (Beauge)
Resonante	G20 (Schubart, Ferraz-Mello, Moons)	GBG21
Secular resonante	caso plano (invariantes adiabaticos, Pons) o planeta circular (Saillenfest)	caso plano con amplitud de libracion 0 (Pons, Beust)

Desafío de modelos espaciales: muchas variables ($\sigma, e, i, \varpi, \Omega$)

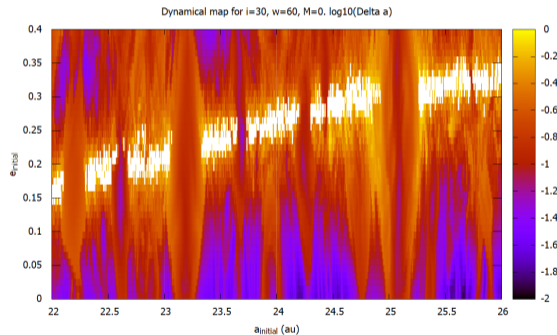
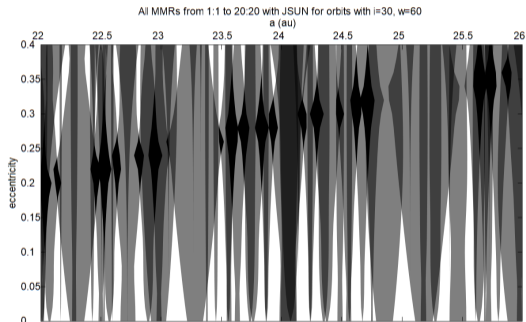
Limitaciones de nuestro modelo resonante



TOI-216

El modelo falla en las resonancias
2:1 y 3:2 cuando $e \sim 0$ en caso
plano (ley de estructura)

Orbitas de $i = 30$ entre Urano y Neptuno:



Cronograma

ACTIVIDAD	MES																										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24			
resonancias planetarias																											
dinamica secular planetaria																											
dinamica secular asteroidal																											
resonancias asteroidales																											
secular/resonante planetaria																											
secular/resonante asteroidal																											
compra de equipos																											
participacion en RRLAA-UAI																											
participacion en TallerCP																											
participacion en CBDO																											
participacion en SUF																											
participacion en SUA																											
AÑO	2023												2024												2025		
MES	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3			

- Sueldos: 2 Ayudantes de 18 meses, 1.031.000 pesos
- Equipos: 110.000 pesos

- Responsable: T. Gallardo
- Ayudantes: J. Pons (planetas) y XX o XY (cuerpos menores)
- Colaboradores: N. Pan (tesis resonancias), E. Viera (tesis Planeta9), A. Rodriguez,
- Potenciales colaboradores: sacrificados estudiantes
- Antecedentes: V. Romero (pasantia), J. Pons (Tesis), V. Abraham (In. Inv.), L. Badano (T. Esp.)...

ASTEROIDAL:

- teorías analíticas específicas para bajas e, i (libros de texto)
- teorías analíticas específicas para i arbitraria y e acotada (Morais, Lei)
- **teoría semi-analítica general Gallardo (2020)** válida para todo (???)

PLANETARIA:

- teorías analíticas específicas para caso plano y bajas e (Batygin, Morbidelli)
- teorías analíticas específicas para caso plano y arbitraria e (desarrollo de Beauge)
- **teoría semi-analítica general GBG (2021)** válida para todo (???)

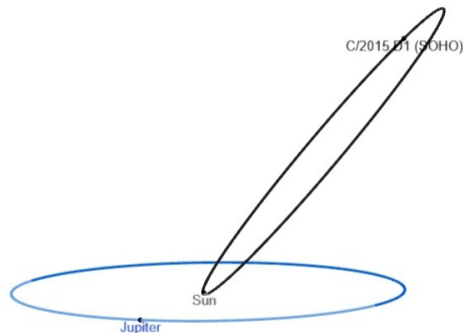
Semi-analítica: formalismo Hamiltoniano pero la función perturbadora (R) es numérica.

ver <https://sites.google.com/view/mmresonances/home/literature>

- teorías analíticas para bajas e, i (Murray y Dermott)
- teorías semianalíticas para partículas arbitrarias con planetas circulares y coplanares (ZLK)
- teorías semianalíticas para caso plano (Beauge et al.)

⇒ **teoría semianalítica general** (en desarrollo desde Gauss)

IDEA:



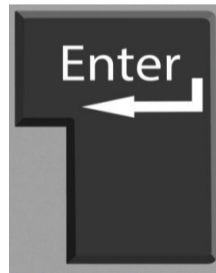
Modelo: elipses materiales que se perturban y deforman.

Ver Notas de Din. Orb. Sec. y Res.

Analítico versus semianalítico

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{768} e^3 \alpha^3 b \left[\frac{3}{2}, 5, 5 \right] + \frac{e^3 e^3 \alpha^3 b}{48} \left[\frac{3}{2}, 4, 0 \right] + \frac{e^3 e^3 \alpha^3 b}{16} \left[\frac{3}{2}, 4, 1 \right] + \frac{e^3 e^3 \alpha^3 b}{32} \left[\frac{3}{2}, 4, 2 \right] + \frac{e^3 e^3 \alpha^3 b}{96} \left[\frac{3}{2}, 4, 3 \right] + \frac{e^3 e^3 \alpha^3 b}{48} \left[\frac{3}{2}, 4, 3 \right] + \frac{e^3 e^3 \alpha^3 b}{48} \left[\frac{3}{2}, 4, 3 \right] \\
 & \frac{1}{96} e^3 s^2 \alpha^4 b \left[\frac{3}{2}, 6, 3 \right] + \frac{2375}{12} e^3 b \left[\frac{1}{2}, 5, 0 \right] (e')^2 + \frac{4073}{48} e^3 \alpha b \left[\frac{1}{2}, 5, 1 \right] (e')^2 + \frac{295}{48} e^3 \alpha^2 b \left[\frac{1}{2}, 5, 2 \right] (e')^2 - \frac{115}{96} e^3 \alpha^3 b \left[\frac{1}{2}, 5, 3 \right] (e')^2 \\
 & \frac{1}{6} e^3 \alpha^4 b \left[\frac{1}{2}, 5, 4 \right] (e')^2 - \frac{1}{192} e^3 \alpha^5 b \left[\frac{1}{2}, 5, 5 \right] (e')^2 + \frac{277}{48} e^3 \alpha b \left[\frac{3}{2}, 4, 0 \right] (s')^2 + \frac{37}{16} e^3 \alpha^2 b \left[\frac{3}{2}, 4, 1 \right] (s')^2 + \frac{9}{32} e^3 \alpha^3 b \left[\frac{3}{2}, 4, 2 \right] (s')^2 \\
 & \frac{1}{96} e^3 \alpha^4 b \left[\frac{3}{2}, 4, 3 \right] (s')^2 + \frac{277}{48} e^3 \alpha b \left[\frac{3}{2}, 6, 0 \right] (s')^2 + \frac{37}{16} e^3 \alpha^2 b \left[\frac{3}{2}, 6, 1 \right] (s')^2 + \frac{9}{32} e^3 \alpha^3 b \left[\frac{3}{2}, 6, 2 \right] (s')^2 + \frac{1}{96} e^3 \alpha^4 b \left[\frac{3}{2}, 6, 3 \right] (s')^2 \\
 g \cos [2\lambda + 2\omega - 5\lambda' + \omega'] m' & \left[\frac{99}{4} e^2 b \left[\frac{1}{2}, 4, 0 \right] e' - \frac{447}{8} e^4 b \left[\frac{1}{2}, 4, 0 \right] e' + \frac{23}{2} e^2 \alpha b \left[\frac{1}{2}, 4, 1 \right] e' - \frac{679}{24} e^4 \alpha b \left[\frac{1}{2}, 4, 1 \right] e' + \frac{25}{16} e^2 \alpha^2 b \left[\frac{1}{2}, 4, 2 \right] \right. \\
 & \frac{1}{16} e^2 \alpha^3 b \left[\frac{1}{2}, 4, 3 \right] e' + \frac{9}{8} e^4 \alpha^3 b \left[\frac{1}{2}, 4, 3 \right] e' - \frac{29}{192} e^4 \alpha^4 b \left[\frac{1}{2}, 4, 4 \right] e' + \frac{1}{192} e^4 \alpha^5 b \left[\frac{1}{2}, 4, 5 \right] e' - \frac{145}{8} e^2 s^2 \alpha b \left[\frac{3}{2}, 3, 0 \right] e' - \frac{117}{16} e^2 s^2 \alpha^2 \\
 & \frac{1}{32} e^2 s^2 \alpha^4 b \left[\frac{3}{2}, 3, 3 \right] e' - \frac{145}{8} e^2 s^2 \alpha b \left[\frac{3}{2}, 5, 0 \right] e' - \frac{117}{16} e^2 s^2 \alpha^2 b \left[\frac{3}{2}, 5, 1 \right] e' - \frac{7}{8} e^2 s^2 \alpha^3 b \left[\frac{3}{2}, 5, 2 \right] e' - \frac{1}{32} e^2 s^2 \alpha^4 b \left[\frac{3}{2}, 5, 3 \right] e' - \frac{832}{32} \\
 & \frac{495}{128} e^2 \alpha^2 b \left[\frac{1}{2}, 4, 2 \right] (e')^3 + \frac{309}{128} e^2 \alpha^3 b \left[\frac{1}{2}, 4, 3 \right] (e')^3 + \frac{35}{128} e^2 \alpha^4 b \left[\frac{1}{2}, 4, 4 \right] (e')^3 + \frac{1}{128} e^2 \alpha^5 b \left[\frac{1}{2}, 4, 5 \right] (e')^3 - \frac{145}{8} e^2 \alpha b \left[\frac{3}{2}, 3, 0 \right] e' \\
 & \frac{7}{8} e^2 \alpha^3 b \left[\frac{3}{2}, 3, 2 \right] e' (s')^2 - \frac{1}{32} e^2 \alpha^4 b \left[\frac{3}{2}, 3, 3 \right] e' (s')^2 - \frac{145}{8} e^2 \alpha b \left[\frac{3}{2}, 5, 0 \right] e' (s')^2 - \frac{117}{16} e^2 \alpha^2 b \left[\frac{3}{2}, 5, 1 \right] e' (s')^2 - \frac{7}{8} e^2 \alpha^3 b \left[\frac{3}{2}, 5, 2 \right] \\
 \frac{1}{a'} g \cos [2\lambda + \omega - 5\lambda' + 2\omega'] m' & \left[-\frac{201}{8} e b \left[\frac{1}{2}, 3, 0 \right] (e')^2 + \frac{2211}{32} e^3 b \left[\frac{1}{2}, 3, 0 \right] (e')^2 - \frac{193}{16} e a b \left[\frac{1}{2}, 3, 1 \right] (e')^2 + \frac{1953}{64} e^3 a b \left[\frac{1}{2}, 3, 1 \right] (e')^2 - \right. \\
 & \frac{87}{32} e^3 \alpha^2 b \left[\frac{1}{2}, 3, 2 \right] (e')^2 - \frac{1}{16} e \alpha^3 b \left[\frac{1}{2}, 3, 3 \right] (e')^2 - \frac{285}{128} e^3 \alpha b \left[\frac{1}{2}, 3, 3 \right] (e')^2 - \frac{1}{4} e^3 \alpha^4 b \left[\frac{1}{2}, 3, 4 \right] (e')^2 - \frac{1}{128} e^3 \alpha^5 b \left[\frac{1}{2}, 3, 5 \right] (e')^2 \\
 & \frac{245}{32} e s^2 \alpha^2 b \left[\frac{3}{2}, 2, 1 \right] (e')^2 + \frac{29}{32} e s^2 \alpha^3 b \left[\frac{3}{2}, 2, 2 \right] (e')^2 + \frac{1}{32} e s^2 \alpha^4 b \left[\frac{3}{2}, 2, 3 \right] (e')^2 + \frac{595}{32} e s^2 \alpha b \left[\frac{3}{2}, 4, 0 \right] (e')^2 + \frac{245}{32} e s^2 \alpha^2 b \left[\frac{3}{2}, 4, \right. \\
 & \left. \frac{29}{32} e s^2 \alpha^3 b \left[\frac{3}{2}, 4, 2 \right] (e')^2 + \frac{1}{32} e s^2 \alpha^4 b \left[\frac{3}{2}, 4, 3 \right] (e')^2 + \frac{595}{16} e b \left[\frac{1}{2}, 3, 0 \right] (e')^4 + \frac{331}{6} e a b \left[\frac{1}{2}, 3, 1 \right] (e')^4 - \frac{133}{96} e \alpha^2 b \left[\frac{1}{2}, 3, 2 \right] (e')^4 \right. \\
 & \left. \frac{19}{96} e \alpha^4 b \left[\frac{1}{2}, 3, 4 \right] (e')^4 - \frac{1}{192} e \alpha^5 b \left[\frac{1}{2}, 3, 5 \right] (e')^4 + \frac{595}{32} e a b \left[\frac{3}{2}, 2, 0 \right] (e')^2 (s')^2 + \frac{245}{32} e a^2 b \left[\frac{3}{2}, 2, 1 \right] (e')^2 (s')^2 + \frac{29}{32} e \alpha^3 b \left[\frac{3}{2}, 2, \right. \right. \\
 & \left. \left. \frac{1}{32} e \alpha^4 b \left[\frac{3}{2}, 2, 3 \right] (e')^2 (s')^2 + \frac{595}{32} e a b \left[\frac{3}{2}, 4, 0 \right] (e')^2 (s')^2 + \frac{245}{32} e a^2 b \left[\frac{3}{2}, 4, 1 \right] (e')^2 (s')^2 + \frac{29}{32} e a^2 b \left[\frac{3}{2}, 4, 2 \right] (e')^2 (s')^2 + \frac{1}{32} e a \right. \right. \\
 g \cos [2\lambda - 5\lambda' + 3\omega'] m' & \left[\frac{389}{48} b \left[\frac{1}{2}, 2, 0 \right] (e')^3 - \frac{389}{12} e^2 b \left[\frac{1}{2}, 2, 0 \right] (e')^3 + \frac{67}{16} \alpha b \left[\frac{1}{2}, 2, 1 \right] (e')^3 - \frac{509}{48} e^2 \alpha b \left[\frac{1}{2}, 2, 1 \right] (e')^3 + \frac{9}{16} \alpha^2 b \left[\frac{1}{2}, 2, \right. \right. \\
 & \left. \frac{1}{48} \alpha^3 b \left[\frac{1}{2}, 2, 3 \right] (e')^3 + \frac{359}{192} e^2 \alpha^3 b \left[\frac{1}{2}, 2, 3 \right] (e')^3 + \frac{35}{192} e^2 \alpha^4 b \left[\frac{1}{2}, 2, 4 \right] (e')^3 - \frac{1}{192} e^2 \alpha^5 b \left[\frac{1}{2}, 2, 5 \right] (e')^3 - \frac{295}{48} s^2 \alpha b \left[\frac{3}{2}, 1, 0 \right] (e')^3 \right. \\
 & \left. \frac{5}{16} s^2 \alpha^3 b \left[\frac{3}{2}, 1, 2 \right] (e')^3 - \frac{1}{96} s^2 \alpha^4 b \left[\frac{3}{2}, 1, 3 \right] (e')^3 - \frac{295}{48} s^2 \alpha b \left[\frac{3}{2}, 3, 0 \right] (e')^3 - \frac{85}{32} s^2 \alpha^2 b \left[\frac{3}{2}, 3, 1 \right] (e')^3 - \frac{5}{16} s^2 \alpha^3 b \left[\frac{3}{2}, 3, 2 \right] (e')^3 \right.
 \end{aligned}$$

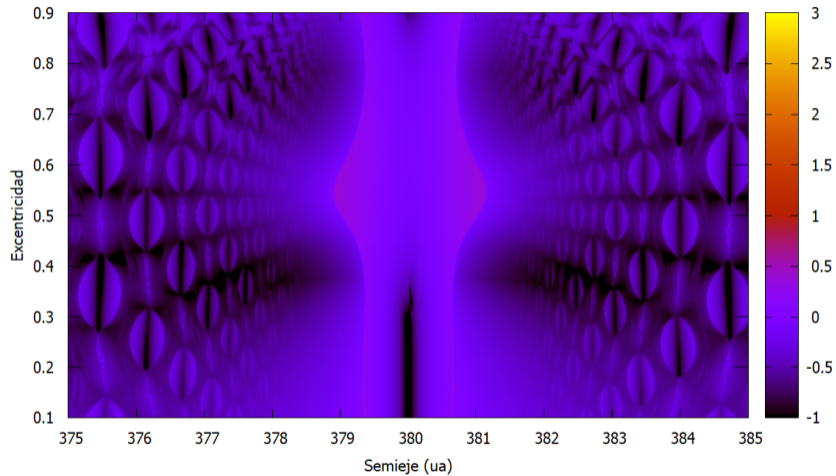
VS



- modelo semianalitico **resonante**: chequear, mejorar, aplicar (Tesis N. Pan)
- modelo semianalitico **resonante secular**: Tesis J. Pons, llevar al caso espacial (ZLK resonante)
- modelo semianalitico **secular**: tosco modelo a mejorar, aplicar
 - PROBLEMA: muchos grados de libertad (Tesis E. Viera)

- achatamiento, relatividad, mareas, evolución estelar?
- mapas dinámicos
- mapas de caos
- integraciones (evorb, REBOUND)

Resonancias del Planeta 9



Tesis E. Viera, en preparación

Resonancia planetaria - caos - estabilidad

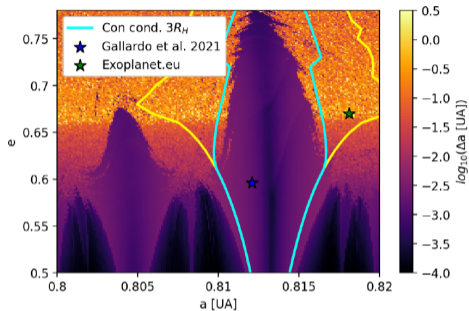


Fig. 7: Curvas teóricas de la resonancia 16:3 sobre el mapa dinámico. Notemos como los encuentros disminuyen la zona estable.

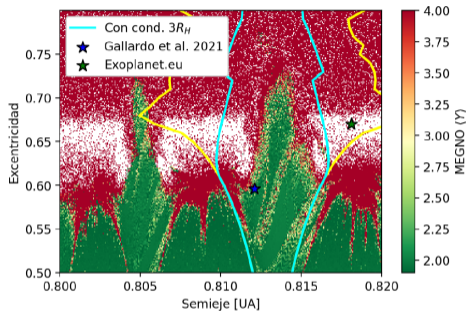


Fig. 8: Mapa de Caos construido con el indicador *MEGNO*. $\langle Y \rangle > 2$ implica evolución caótica.

poster N. Pan, 2022

Evolucion secular de resonancia planetaria

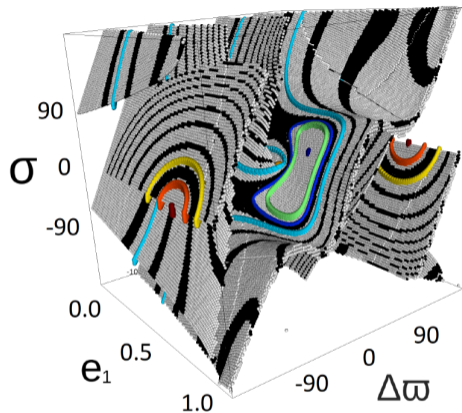


Figura 4.28: Superficie \mathcal{H}_1 en la MMR 3:1 comparada con 7 integraciones numéricas (en colores) de 10 kyrs de un sistema con $m_2/m_1 = 5$ y $\mathcal{AM}_{norm} = 0.8$.

Tesis J. Pons, 2022

muchas gracias

siga las novedades en

<https://sites.google.com/view/udelarsistemasplanetarios/>