XV Encuentro Nacional de Profesores de Física

DINAMICA DE SISTEMAS PLANETARIOS

Tabare Gallardo

Departamento de Astronomia
Instituto de Fisica - Facultad de Ciencias
Universidad de la Republica

Uruguay

gallardo@fisica.edu.uy

http://www.fisica.edu.uy/~gallardo

Contenido

- **Concepto**
- **Estabilidad**
- **Enfoque y resolucion del problema**
- **Propiedades dinamicas**
- **Caos**
- **Resonancias**
- **Rotacion y Mareas**
- **Los sistemas extrasolares**
- **Migracion**

Concepto de Sistema Planetario

¿Qué es un Sistema Planetario?

- **Estrella + N planetas**
- **rango de masas planetarias:** $10^{-7} < \mathrm{m_p}/\mathrm{M_e} < 10^{-2}$
- **no es un cumulo estelar**
- **no es una poblacion de asteroides o cometas (cuerpos menores)**
- **Sistema Solar = sistema planetario + poblaciones de cuerpos menores**

Movimiento

En primera aproximacion cada planeta esta sometido a la Ley de Gravitacion Universal generada por la estrella

$$\ddot{\vec{r}} = -\frac{GM_e}{r^2}\hat{r}$$

ecuacion que tiene como solucion una elipse de elementos $(a, e, i, \varpi, \Omega, T)$**.**

- a **y** e **determinan la forma**
- i**,** ϖ **y** Ω **la posicion en el espacio**
- T **determina un instante en el que pasa por el periastro**

Sistemas Planetarios

Problema de N cuerpos planetario:

Estrella central:

- **domina gravitacionalmente el sistema**
- **masa grande**

N Planetas:

- **afectan gravitacionalmente a todos los demas cuerpos**
- **masa no despreciable**

Cuerpos Menores:

- **NO afectan gravitacionalmente a los demas cuerpos pero SÍ son afectados por los planetas**
- **masa** ≈ 0

¿Cuantos Sistemas Planetarios conocemos? (set 2005)

- **virtuales: infinitos...**
- **bien conocidos: el nuestro (Sol + 8 planetas)**
- **sistemas extrasolares (desde 1992): 18 sistemas con 2 o mas planetas**
- **total de planetas extrasolares: 168**

Estado actual = Formacion + Evolucion

¿Son los sistemas planetarios el producto de su origen o mas bien de su evolucion?

¿Son estables?

Estabilidad

Un poco de historia

A partir de la Ley de Gravitacion Universal (Newton, craneada en 1666 y publicada en 1687) podemos decir que el movimiento de cada cuerpo queda determinado por:

- **ecuaciones de movimiento dadas por la aceleracion generada por la ley de gravitacion universal**
- **condiciones iniciales: posiciones y velocidades**

Hoy las soluciones de las ecuaciones diferenciales de movimiento siempre pueden ser obtenidas mediante algoritmos numericos conocidos como "integradores orbitales".

Pero en el pasado no existia otra opcion que intentar un abordaje analitico del problema considerando que el movimiento de un planeta particular es una elipse perturbada por el efecto de los demas planetas:

$$\ddot{\vec{r}} = -\frac{GM_e}{r^2}\hat{r} + \vec{P}$$

Euler, Lagrange y Laplace

100 años despues de la ley de Gravitacion Universal, entre 1760 y 1787, se suceden varias interacciones entre Euler, Lagrange y Laplace resultando en la creacion del Metodo de Variacion de Parametros, las Ecuaciones Planetarias de Lagrange y la obtencion de expresiones para la evolucion temporal de los elementos orbitales.

Euler

Laplace

Lagrange

Jacobi

LeVerrier

Hamilton

Birkoff

Poincaré

Ecuaciones Planetarias de Lagrange (+Euler+Laplace)

Euler-Lagrange, aplicando su metodo de variacion de parametros y despreciando de $\vec{P}$ las perturbaciones de corto periodo (se compensan), procuran una solucion aproximada para

$$a(t), e(t), i(t), \varpi(t), \Omega(t), T(t)$$

que serian constantes si no existieran las perturbaciones $\vec{P}$.

En el siglo XVIII existia gran expectativa por conocer las funciones $a(t)$ para los planetas. La pregunta era:

¿El sistema solar se esta comprimiendo hacia el Sol o se esta expandiendo hacia afuera?

¿Que pasa con las excentricidades e inclinaciones ?

Las "Ecuaciones Planetarias de Lagrange" resuelven el problema de forma elegante:

- **Evolucion de semiejes orbitales: valores medios constantes, NO hay ni expansion ni contraccion sistematica de las orbitas**
- **Evolucion temporal de excentricidades: oscilaciones de largo periodo, NO crecen sistematicamente**
- **Evolucion temporal de inclinaciones: oscilaciones de largo periodo, NO crecen sistematicamente**

¡EL SISTEMA PLANETARIO ES ESTABLE!

¿Estable?

Laplace 1814: *"Una inteligencia que en un momento determinado conociera todas las fuerzas que animan a la naturaleza, asi como la situacion respectiva de los seres que la componen, si ademas fuera lo suficientemente amplia como para someter a analisis tales datos, podria abarcar en una sola formula los movimientos de los cuerpos mas grandes del universo y los del atomo mas ligero; nada le resultaria incierto y tanto el futuro como el pasado estarian presentes ante sus ojos."*

Pero aun queda planteado el problema de la estabilidad en el largo plazo: dada una masa puntual (estrella) rodeada de N masas mucho menores (planetas) en orbitas cuasi circulares y cuasi coplanares, ¿es esa configuracion estable en grandes escalas de tiempo (10^{10} revoluciones)?

Hoy, gracias a las computadoras, podemos comenzar a responder esta pregunta.

Enfoque y Resolucion del Problema

Experimentos dinámicos

Modelo Fisico:

- gravitacion universal
- relatividad
- cuerpos extensos (no puntuales)
- perdida de masa del sol
- potencial gravitacional galactico
- pasajes estelares y nubes moleculares
- efectos no gravitacionales: jets en cometas, Yarkovsky, frenado gaseoso, Poynting-Robertson

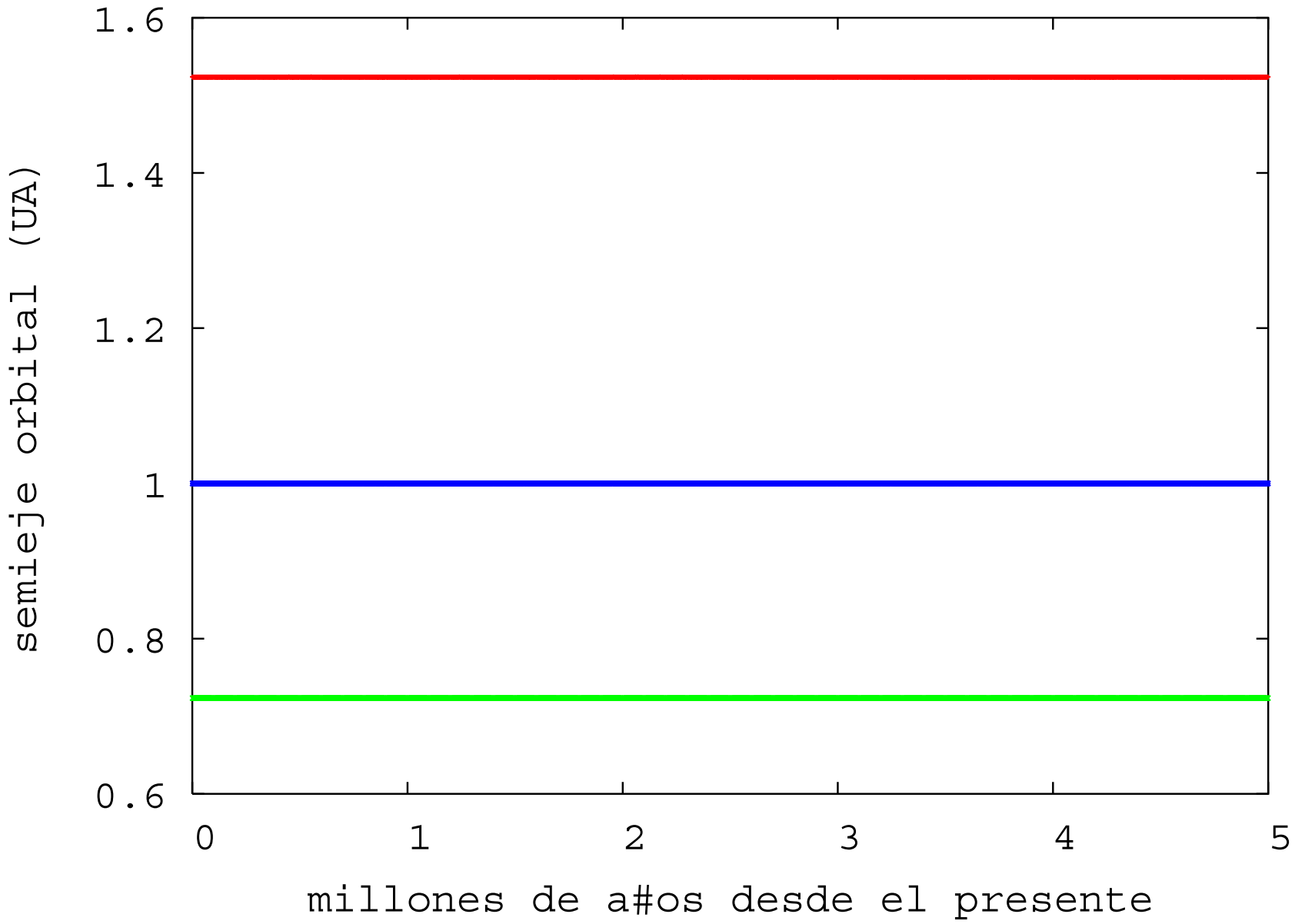
Algoritmo Computacional:

- codigo del programa, integradores orbitales

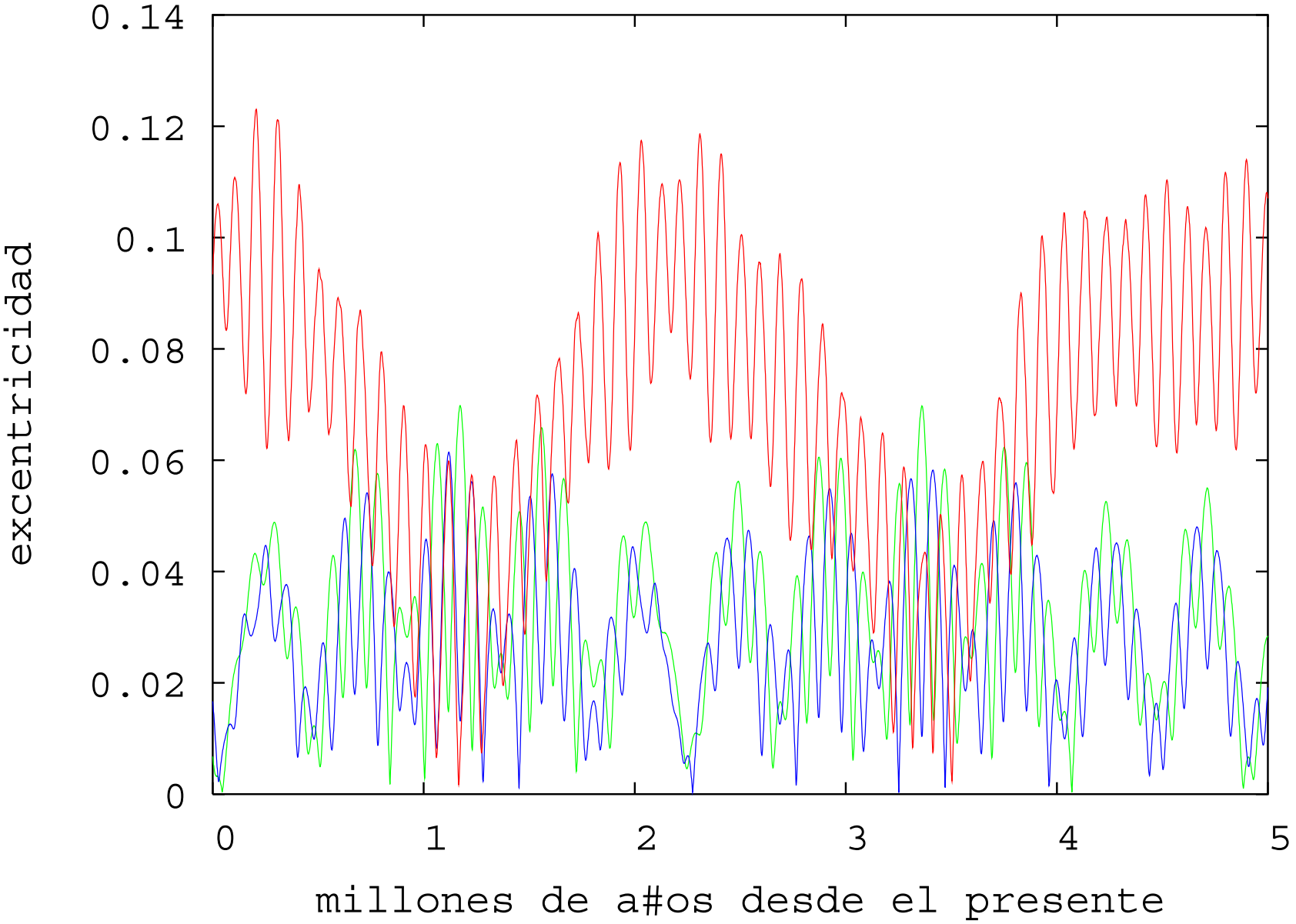
Precision de Calculo:

- redondeo
- procesador
- hardware

Venus, Tierra y Marte en los Proximos 5 MA: $a(t)$



Venus, Tierra y Marte en los Proximos 5 MA: $e(t)$



Propiedades Dinamicas

Sistema Aislado de N Planetas + Estrella: leyes de conservacion

Cantidad de movimiento del sistema:

$$\overrightarrow{P} = \sum_{j=0}^{N} m_j \overrightarrow{v}_j = \overrightarrow{v}_b \sum_{j=0}^{N} m_j = constante$$

$\Longrightarrow$ **como el baricentro se mueve con velocidad constante ($\overrightarrow{v}_b$) lo tomamos como origen del sistema.**

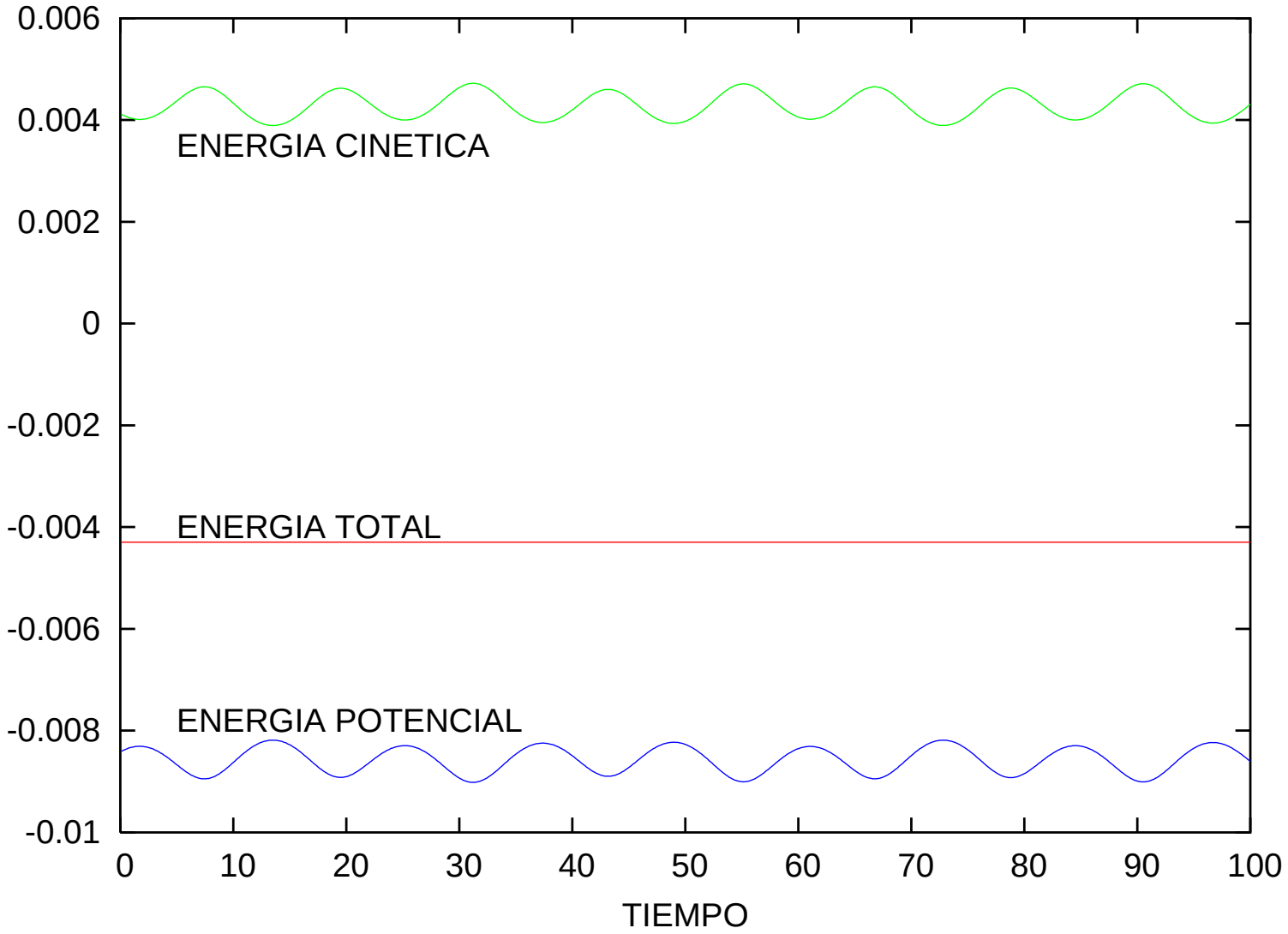
Momento angular:

$$\overrightarrow{L} = \sum_{j=0}^{N} m_j \overrightarrow{r}_j \times \overrightarrow{v}_j = constante$$

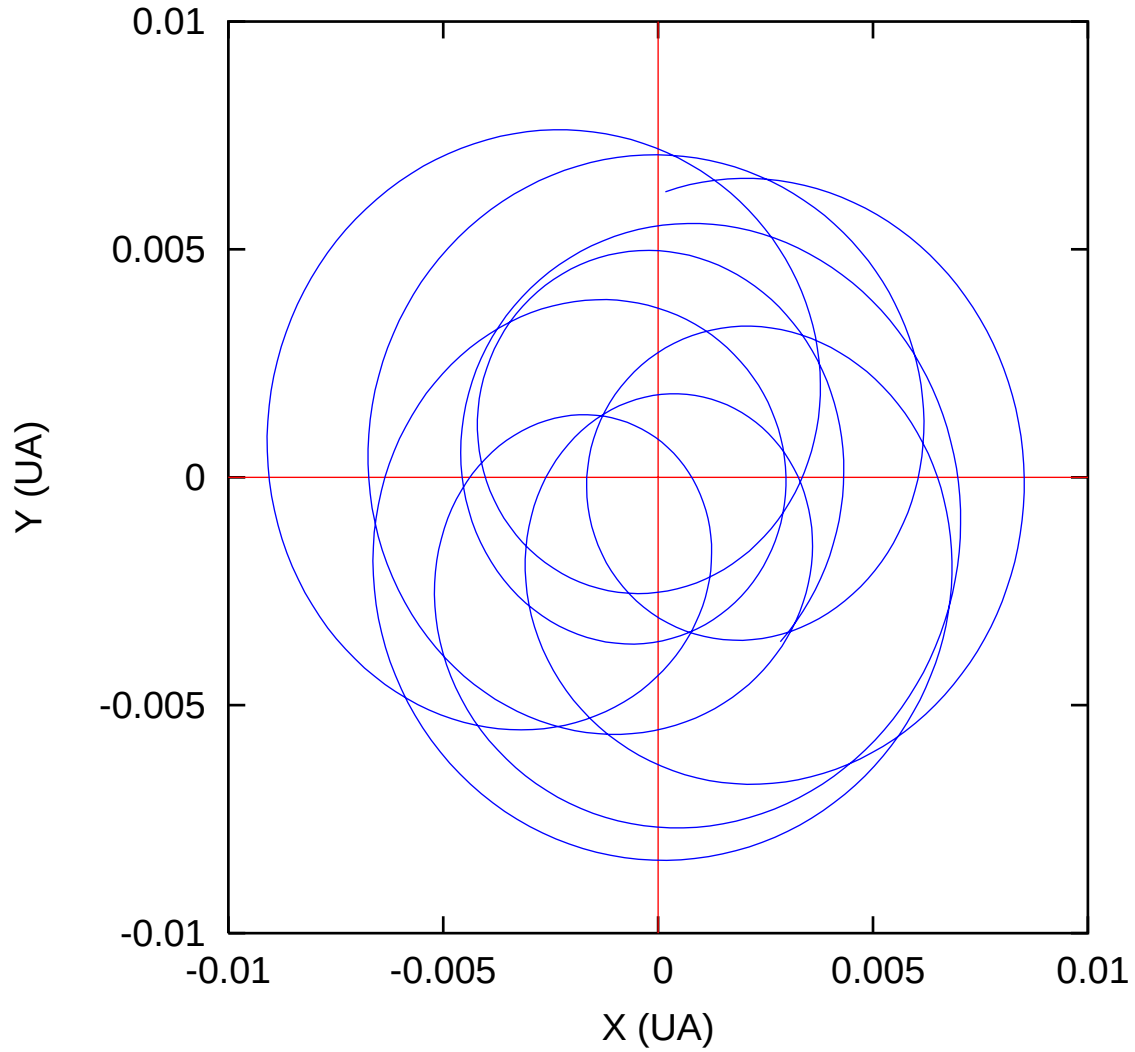
Energia total:

$$E = T + \mathcal{E}_p = \frac{1}{2}\sum_{j=0}^{N} m_j v_j^2 - G\sum_{j=1}^{N}\sum_{k=0}^{j-1} \frac{m_k m_j}{r_{kj}} = constante$$

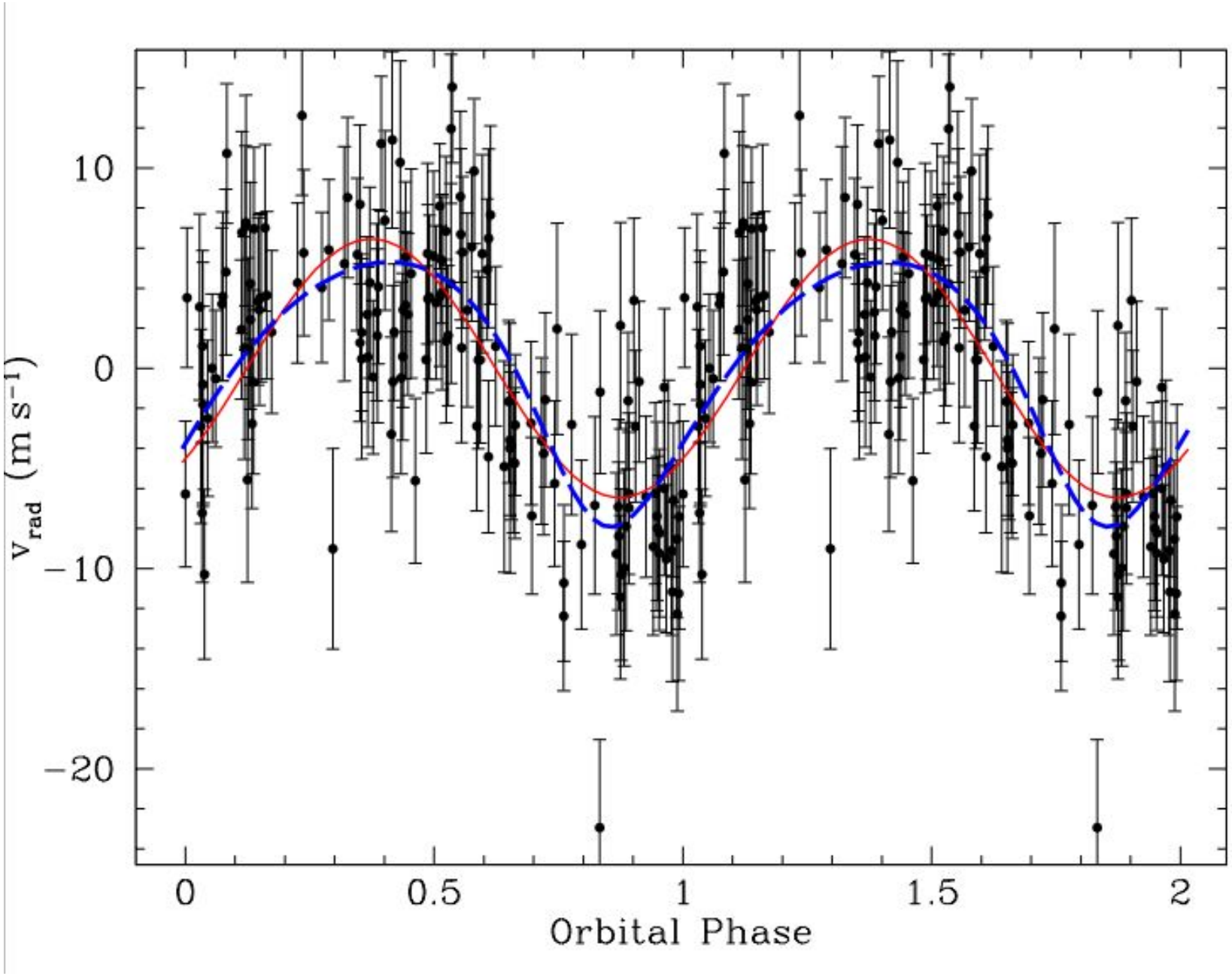
Evolucion de la Energia del Sistema Solar



100 años de movimiento del Sol respecto al baricentro



Civilizaciones lejanas podrian detectar la existencia de Jupiter y Saturno mediante el efecto Doppler generado por estas oscilaciones.


10
0
−10
−20
V_{rad} (m s^{-1})
0
0.5
1
1.5
2
Orbital Phase

Movimiento del Sistema

Un sistema de N planetas sometido al campo gravitacional de los N+1 cuerpos (planetas + estrella) genera un sistema de 3N ecuaciones diferenciales no lineales de segundo orden:

$$\frac{d^2X_i}{dt^2} = (aceleracionSol)_x + (aceleracionNPlanetas)_x$$
$$\frac{d^2Y_i}{dt^2} = (aceleracionSol)_y + (aceleracionNPlanetas)_y$$
$$\frac{d^2Z_i}{dt^2} = (aceleracionSol)_z + (aceleracionNPlanetas)_z$$

No existe solucion analitica para $(X_i(t), Y_i(t), Z_i(t))$. La solucion solo puede explorarse resolviendo (integrando) numericamente el sistema de ecuaciones.

Frecuencias Fundamentales

Si las orbitas no son muy proximas, de pequeña excentricidad y las masas no son muy exageradas se puede probar que el sistema de N planetas oscilara con 3N frecuencias fundamentales:

- **N frecuencias (altas) estan asociadas a los periodos orbitales y producen oscilaciones en a (años)**
- **N frecuencias (bajas) estan asociadas a la "precesion" de los perihelios y producen oscilaciones en e (10^5 años)**
- **N frecuencias (bajas) estan asociadas al movimiento de los nodos y producen oscilaciones en i (10^5 años)**

Si esas frecuencias estan bien determinadas (constantes a lo largo del tiempo) el sistema es cuasi-regular y sera estable. Si esas frecuencias no estan bien definidas, si varian con el tiempo, el sistema sera caotico y al cabo de una cierta escala de tiempo el caos sera evidente. Cada planeta tiene una escala de tiempo particular y una evolucion caotica diferente.

Animacion JSUN (5Ma)

Caos

Regular versus caotico

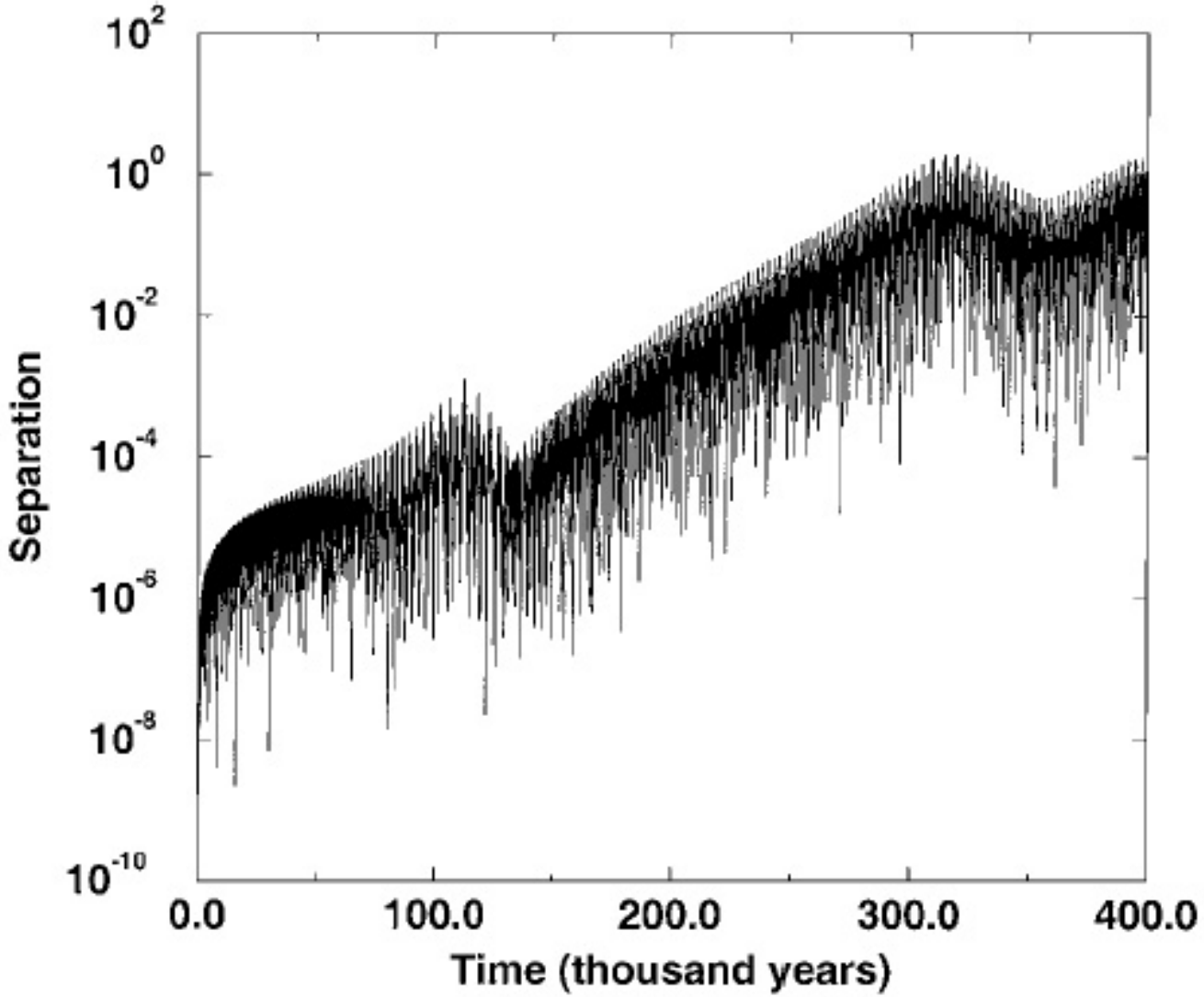
Movimiento regular

- **predecible, bien comportado**
- **pequeñas diferencias crecen linealmente con el tiempo**
- **ejemplos: golf, pequeñas oscilaciones del pendulo, sistema binario**

Movimiento caotico

- **dificil de predecir, comportamiento erratico**
- **pequeñas diferencias crecen exponencialmente con el tiempo**
- **ejemplos: billar, doble pendulo, sistema 3 cuerpos**

Divergencia exponencial de trayectorias inicialmente proximas



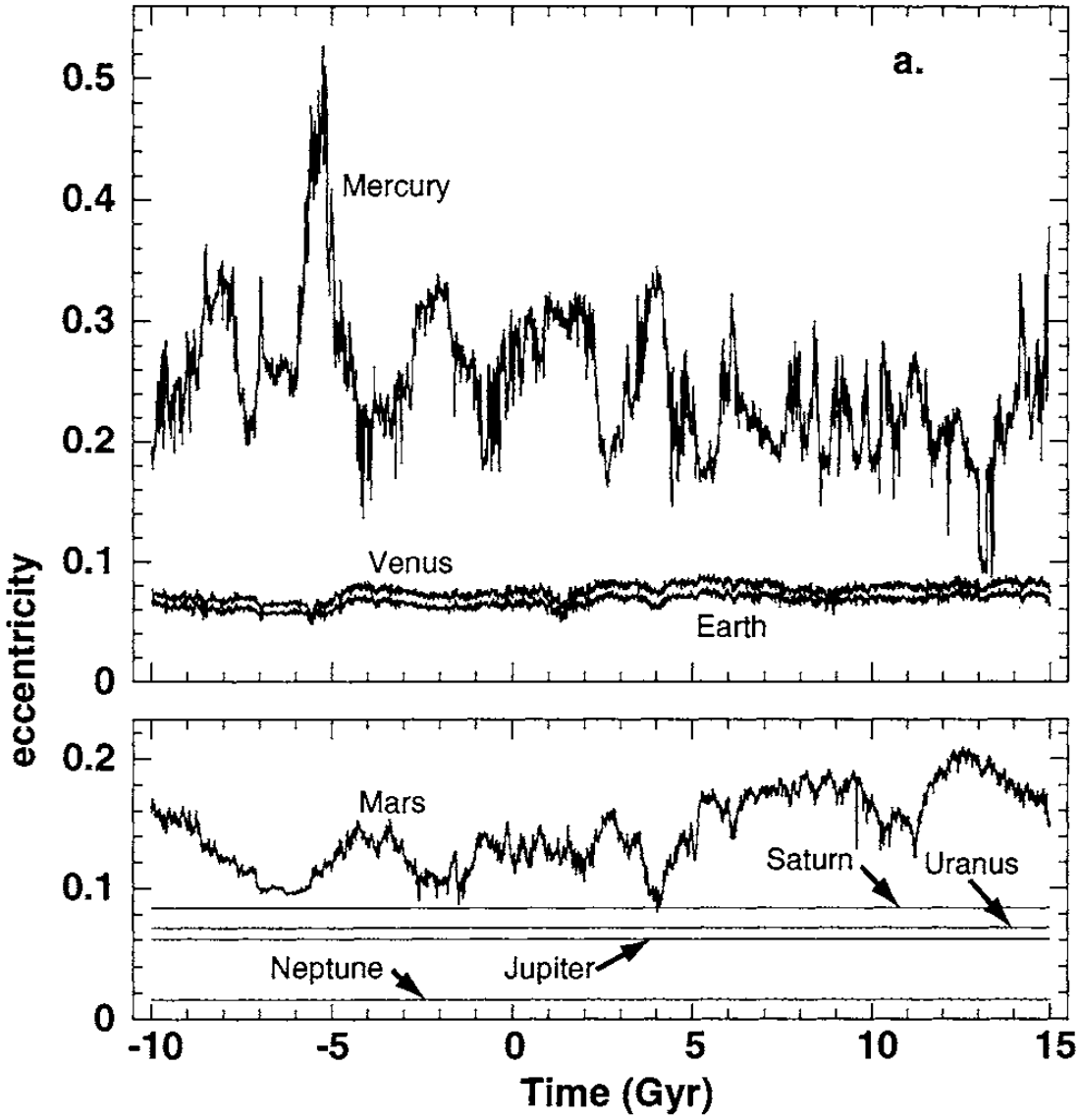
La Estabilidad del Sistema Solar

De acuerdo al modelo simplificado de Euler-Lagrange-Laplace, el sistema solar es estable en escala de algunos miles de años.

Pero en general, rigurosamente, no existe solucion analitica para el sistema planetario. Aunque no existe una expresion explicita en funcion del tiempo, la solucion esta determinada. El problema es que para obtenerla necesitamos un procedimiento numerico de infinita precision, de lo contrario tarde o temprano la solucion numerica se empieza a apartar de la evolucion real. Como el apartamiento es exponencial...

EL SISTEMA PLANETARIO ES CAOTICO

y cuanto menor el periodo orbital y mayor la excentricidad el caos es mas evidente (Laskar 1994):

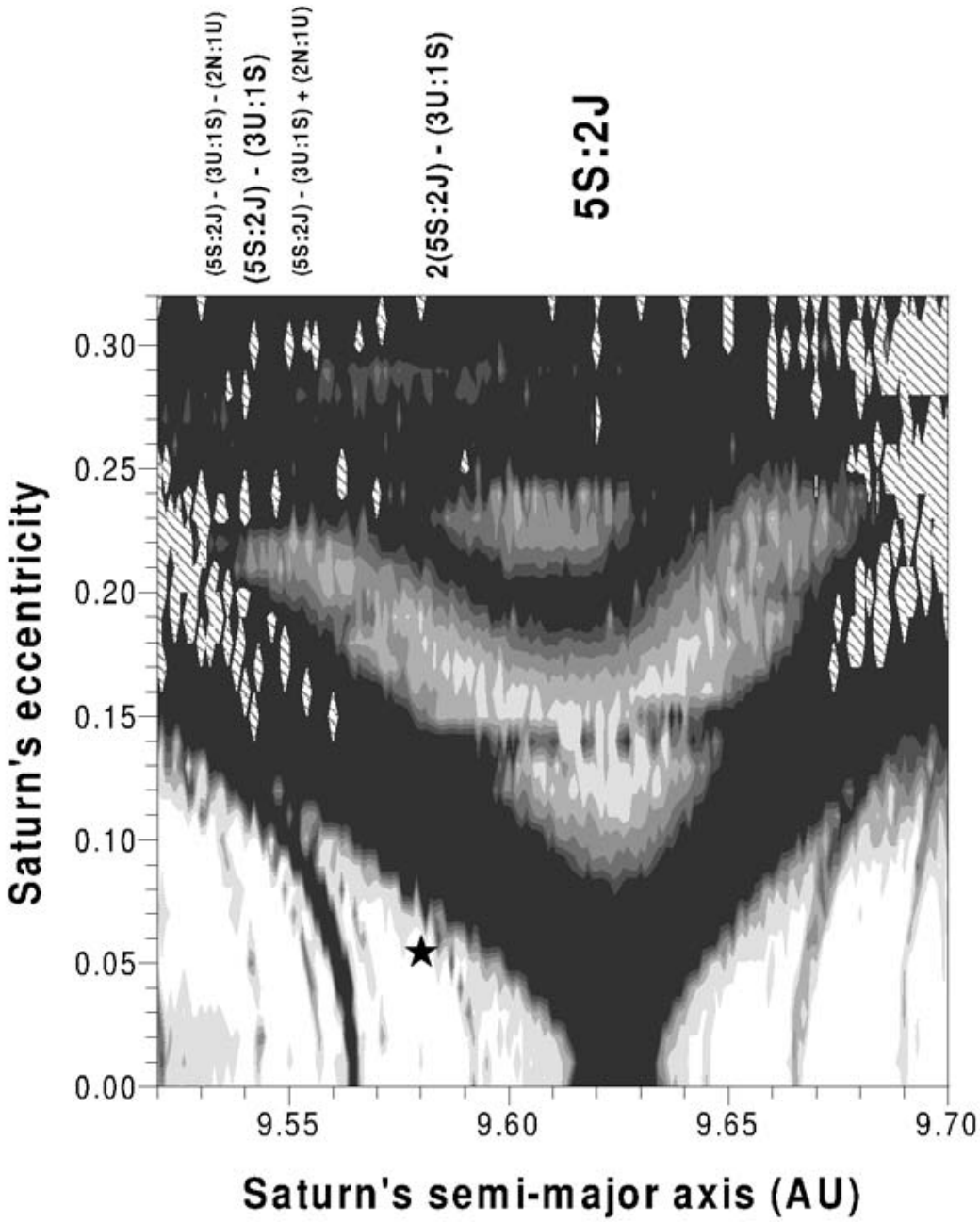


¿Caotico y Estable?

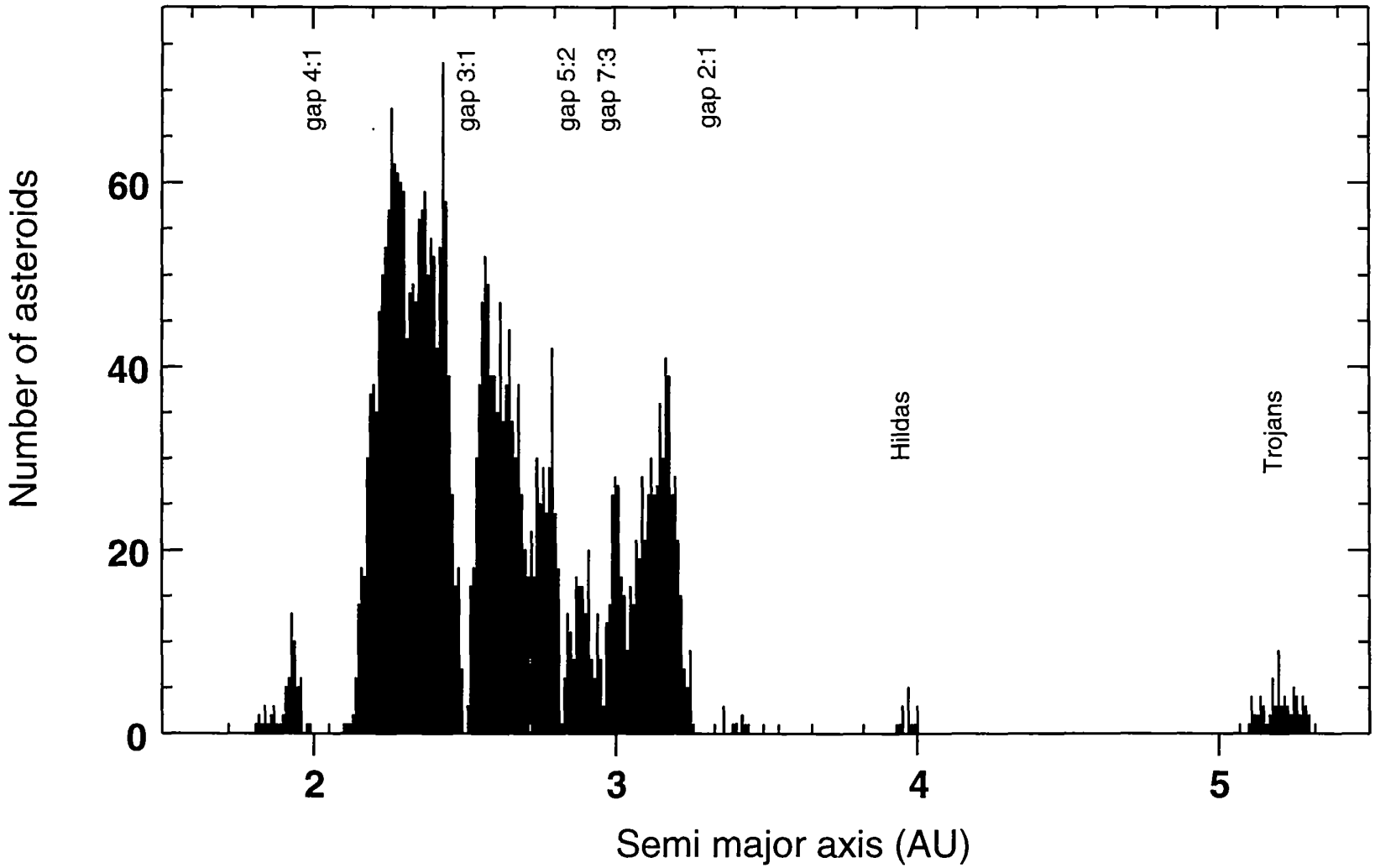
Todo parece indicar que al menos los planetas se encuentran en un regimen de "Caos Estable": no podemos predecir con exactitud donde estaran de aqui a 100 MA pero podemos asegurar con mucha exactitud la forma que tendran sus orbitas: caos confinado.

Dado el caracter caotico del sistema solar, si queremos tener una idea de la evolucion de un objeto particular debemos realizar muchas integraciones numericas (nube de clones) y luego analizar estadisticamente los resultados obtenidos.

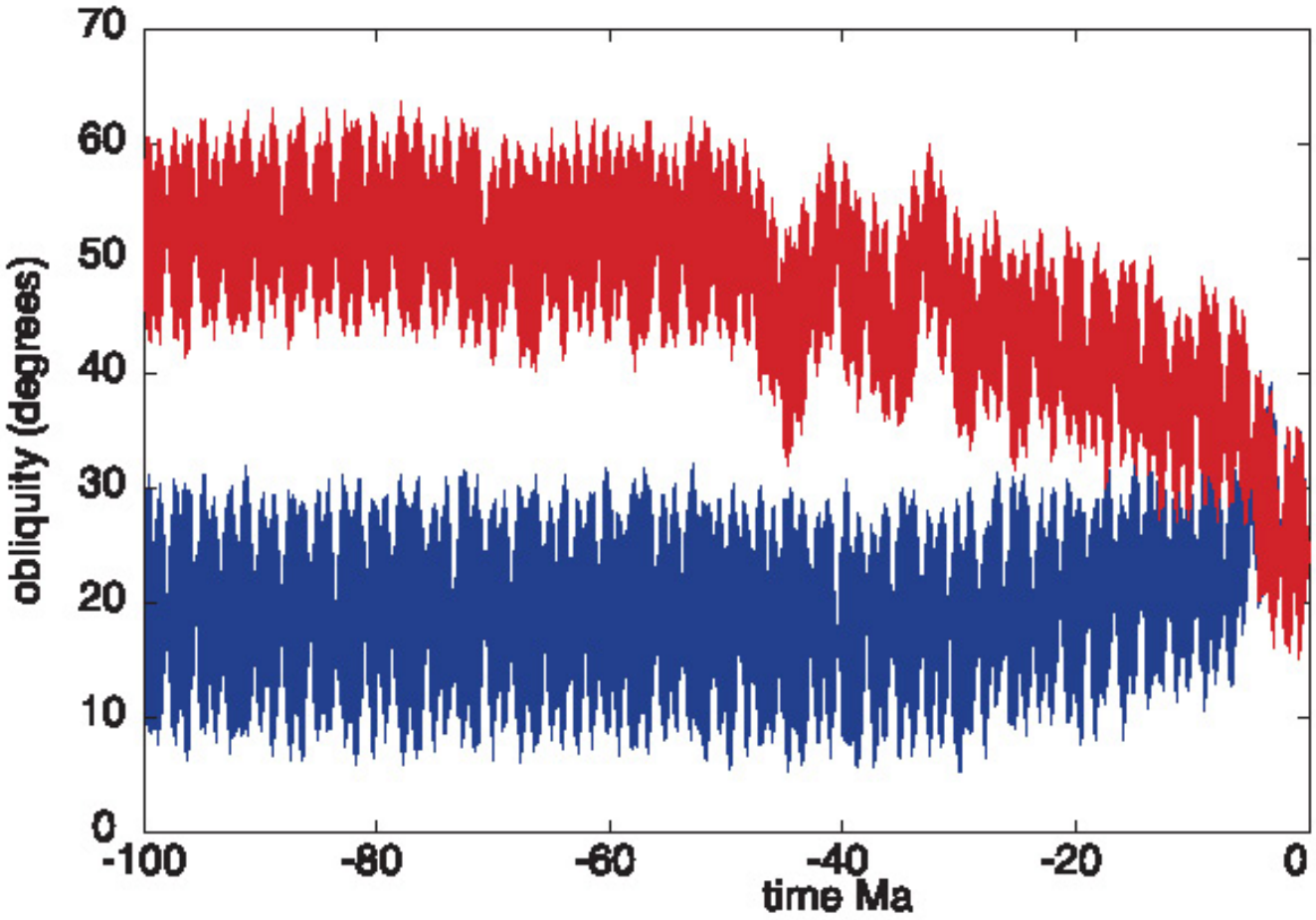
Todo el sistema planetario esta al borde de una configuracion altamente caotica como lo muestran Michtchenko & Ferraz-Mello (2001):


(5S:2J) - (3U:1S) - (2N:1U)
(5S:2J) - (3U:1S)
(5S:2J) - (3U:1S) + (2N:1U)
2(5S:2J) - (3U:1S)
5S:2J
Saturn's eccentricity
0.30
0.25
0.20
0.15
0.10
0.05
0.00
9.55
9.60
9.65
9.70
Saturn's semi-major axis (AU)

El caos generado en las resonancias es el principal responsable de la estructura dinamica de todo el sistema solar.



Oblicuidad caotica de Marte



Dos posibles evoluciones de la oblicuidad de Marte para condiciones iniciales levemente diferentes (Laskar).

El caos aparece cuando existe una sensible dependencia de las condiciones iniciales: pequeños cambios en las condiciones iniciales producen estados radicalmente diferentes ("efecto mariposa"). Ejemplo: la eyeccion de una nave espacial genera una incertidumbre de 60 grados en la posicion de la Tierra al cabo de 200 millones de años.

Esto puede ser desvetajoso desde el punto de vista del conocimiento del estado del sistema en el futuro pero ..... podria ser sumamente util para las trayectorias de las misiones espaciales! pues un pequeño impulso en una sonda espacial de trayectoria caotica puede generar un cambio radical en su trayectoria (con el consecuente ahorro de combustible).

¿Resonancias?

Resonancias

Ocurren cuando existe una conmensurabilidad entre algunas de las frecuencias fundamentales del sistema (2:1, 3:2, etc). Las mas corrientes vinculan los periodos orbitales de los cuerpos (resonancias ORBITALES) o los periodos rotacionales (resonancias de SPIN). Pero tambien existen resonancias que vinculan la evolucion de los perihelios y nodos de las orbitas (resonancias SECULARES).

Puede parecer absurdo preocuparse por situaciones resonantes, es decir, sistemas con conmensurabilidad exacta entre los diferentes periodos. Sin embargo existen numerosos ejemplos:

- **Luna: spin-orbita 1:1**
- **Mercurio: spin-orbita (1 dia mercuriano = 2 años mercurianos)**
- **Asteroides con Tierra, Marte y Jupiter**
- **Satelites Galileanos: Laplaciana $\lambda_I - 3\lambda_E + 2\lambda_G$ y spin-orbita**
- **Satelites de Saturno**

- **Satelites de Urano**
- **Jupiter y Saturno: cuasi resonancia 5:2 (Laplace)**
- **Urano y Neptuno: cuasi resonancia 2:1**
- **Neptuno - Pluton: resonancia 2:3**
- **Pluton - Caronte: spin orbita**
- **Anillos**
- **Transneptunianos: plutinos, twotinos, etc**
- **Satelites artificiales**
- **Sistemas extrasolares**

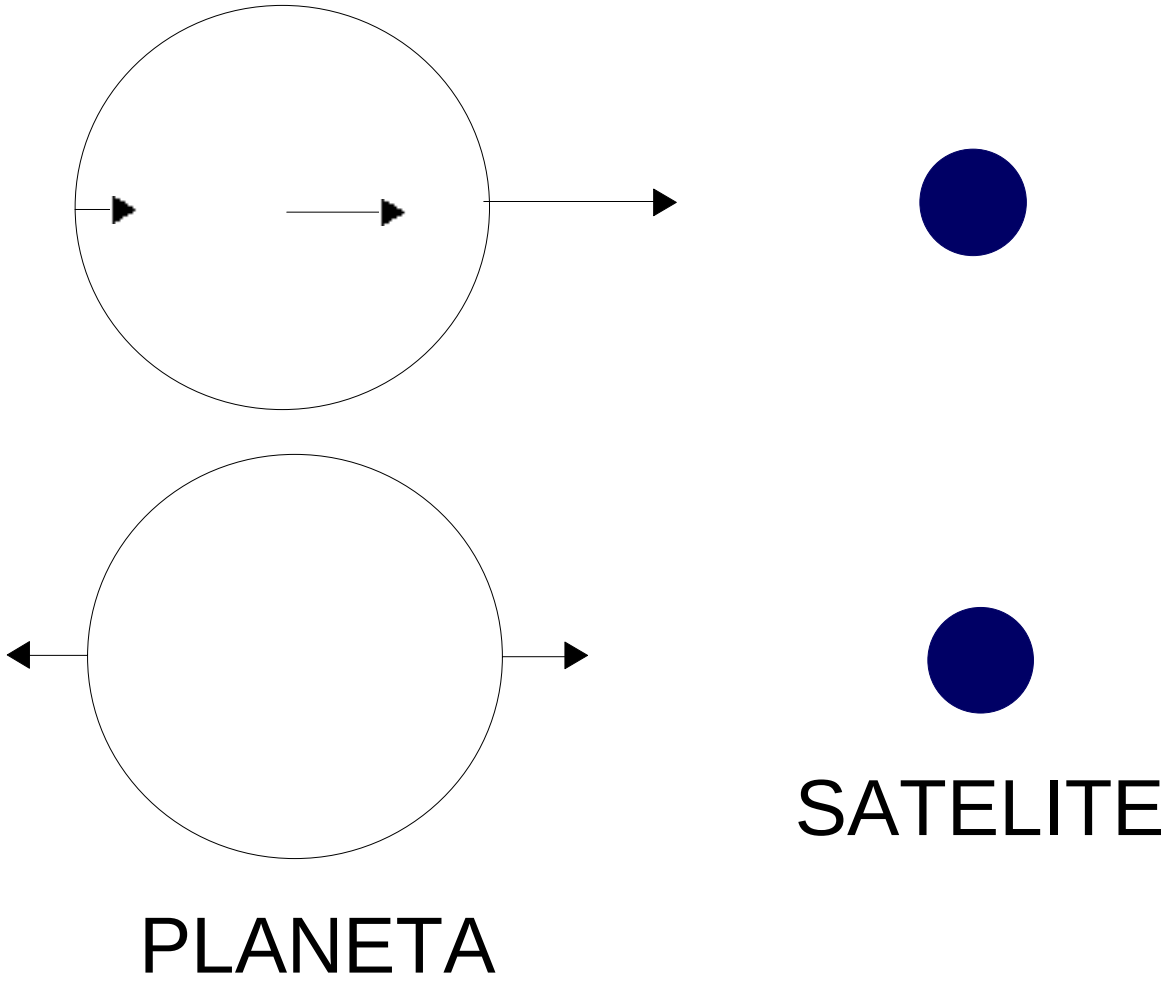
¿Por qué hay tantos casos resonantes?

Hemos considerado hasta ahora fuerzas conservativas (la energia es constante). Pero si agregamos fuerzas disipativas (mareas, friccion con nube de gas o polvo) las orbitas evolucionan hasta caer en resonancia, luego continuan evolucionando pero manteniendo el vinculo resonante (captura en resonancia). Otro escenario que conduce a orbitas resonantes es la interaccion de los planetas con una extensa poblacion de planetesimales. Cualquiera de estos mecanismos produce una MIGRACION ORBITAL que lleva a la captura en resonancias y, en algunos casos, a orbitas excentricas.

Animacion sistema migrando, (Culter & Chiang)

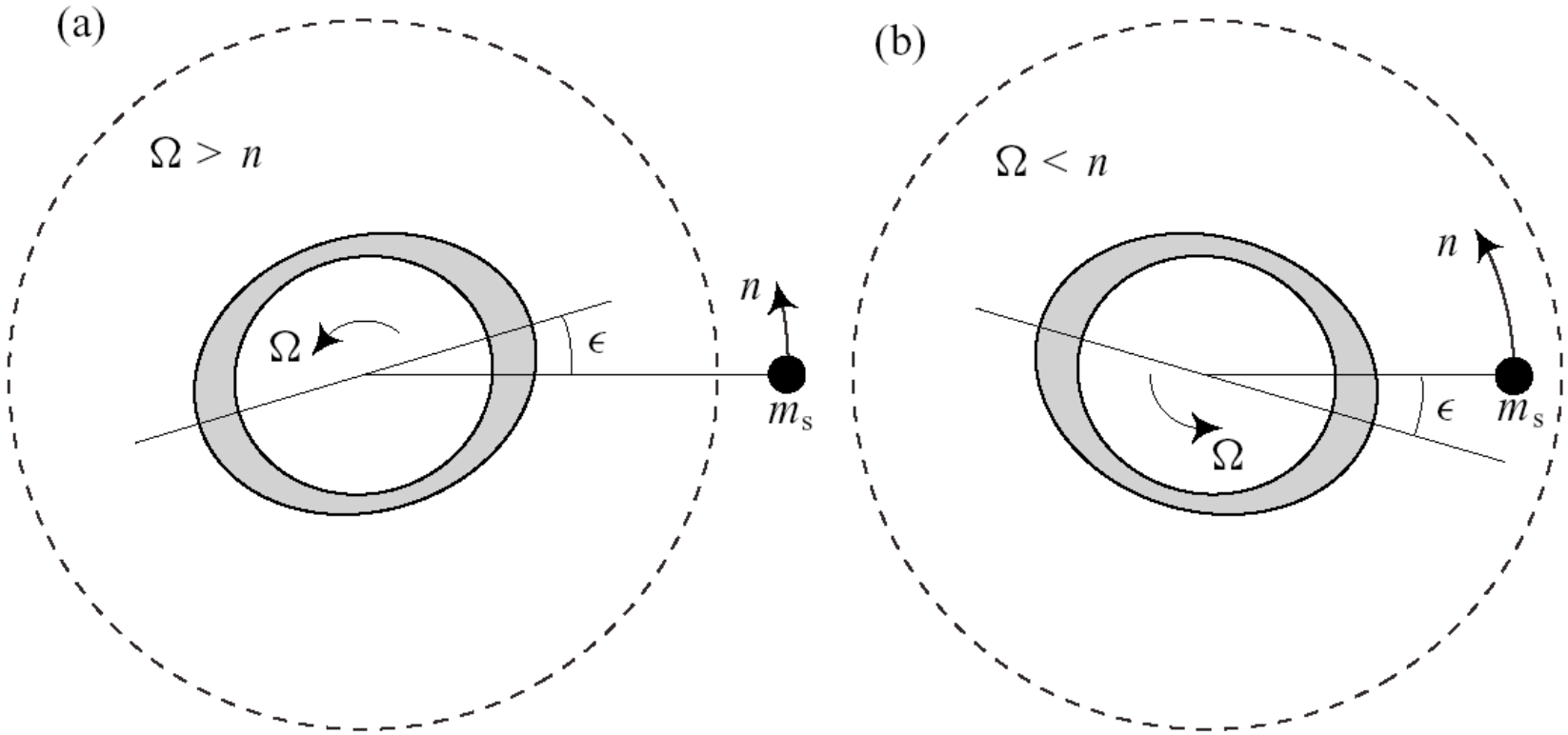
Rotacion y Mareas

Deformacion del planeta por mareas



El hemisferio opuesto al satelite sera menos acelerado que el hemisferio hacia el satelite, el planeta se deforma.

El retraso en la respuesta del planeta al campo gravitacional del satelite y las diferencias de velocidades angulares generan un desfasaje entre la direccion del abultamiento de mareas y la direccion del satelite:



Sobre el planeta aparece un momento que tiende a frenar (caso a) o acelerar (caso b) la rotacion. Las mareas sobre el satelite son mayores y rapidamente llevan a la rotacion sincronica del satelite (la Luna dirige siempre la misma cara hacia la Tierra).

$\Longrightarrow \overrightarrow{L}_{rot}$ **varia pero el momento angular total del sistema debe mantenerse constante:**

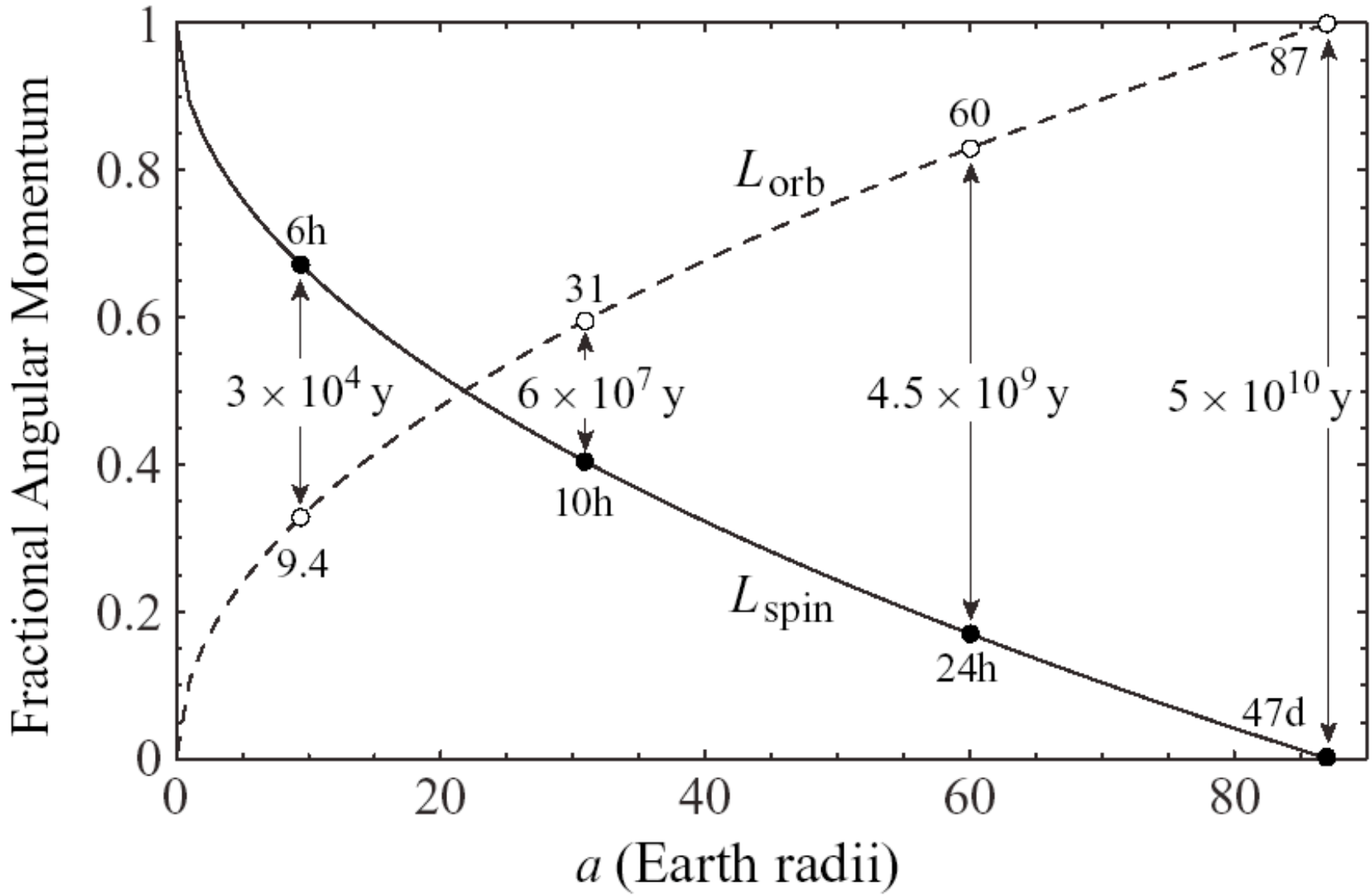
$$\overrightarrow{L}_{orb} + \overrightarrow{L}_{rot} = constante$$

$\Longrightarrow \overrightarrow{L}_{orb}$ **debe variar.**

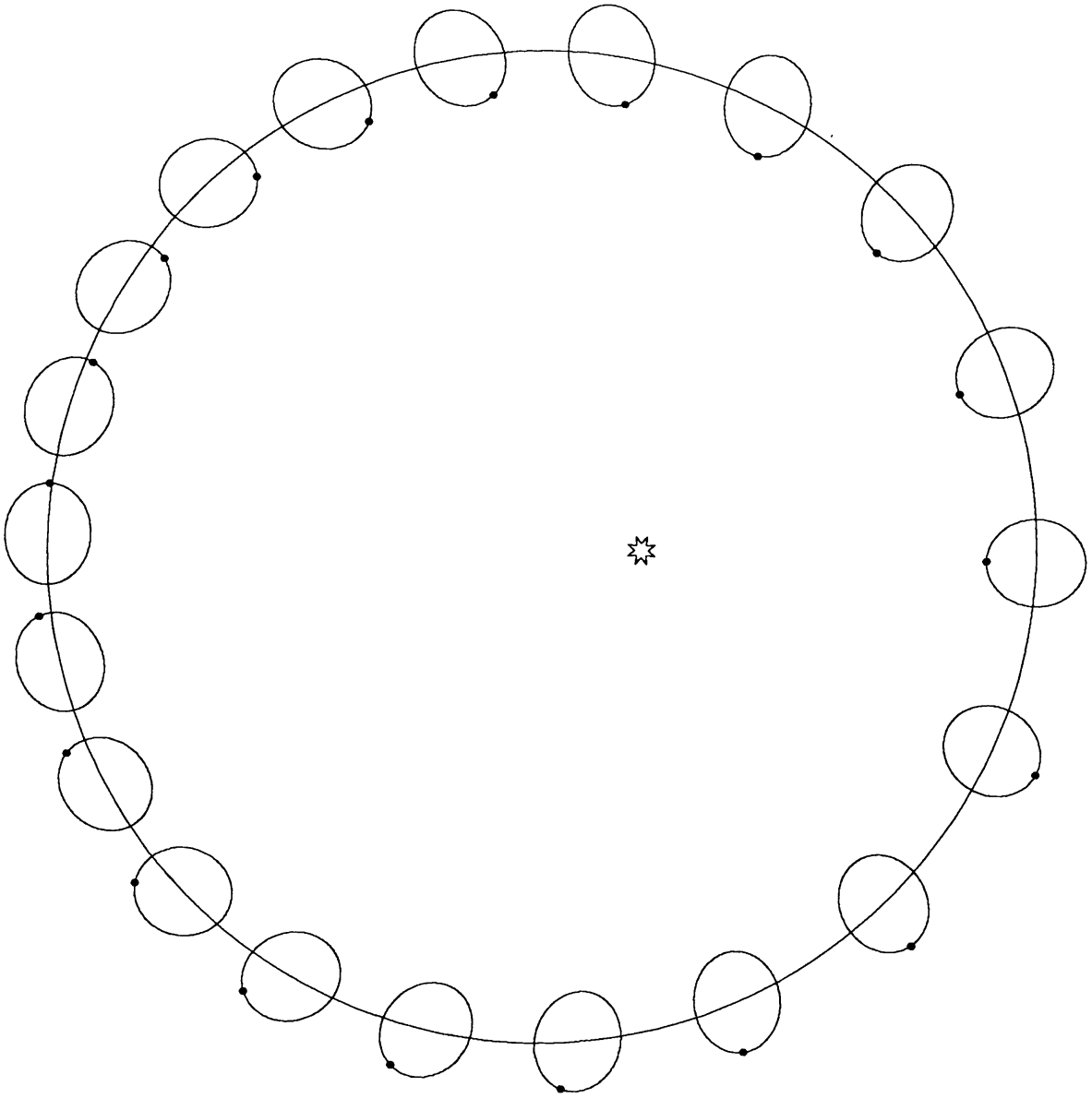
Quiere decir que habra una transferencia de momento angular planeta-satelite.

Actualmente la Tierra se frena generando un retraso de 1 segundo por año en su rotacion y consecuentemente transfiere a la Luna momento angular orbital aumentando la distancia media a razon de 3 centimetros por año. Con Marte y Phobos ocurre lo contrario. Pluton y Caronte ya llegaron a un acuerdo...

Posible evolucion del sistema Tierra-Luna



Resonancia spin-orbita de Mercurio (generada por mareas)



Eje de rotacion y clima

La variacion de $\overrightarrow{\omega}(t)$ sumado a las variaciones de los elementos orbitales $a(t)$ y $e(t)$ generaran cambios en la insolacion recibida por el planeta

$$\Downarrow$$

cambios climaticos (Laskar)

Los (extravagantes) Sistemas Extrasolares

A planetary system around the millisecond pulsar PSR1257+12

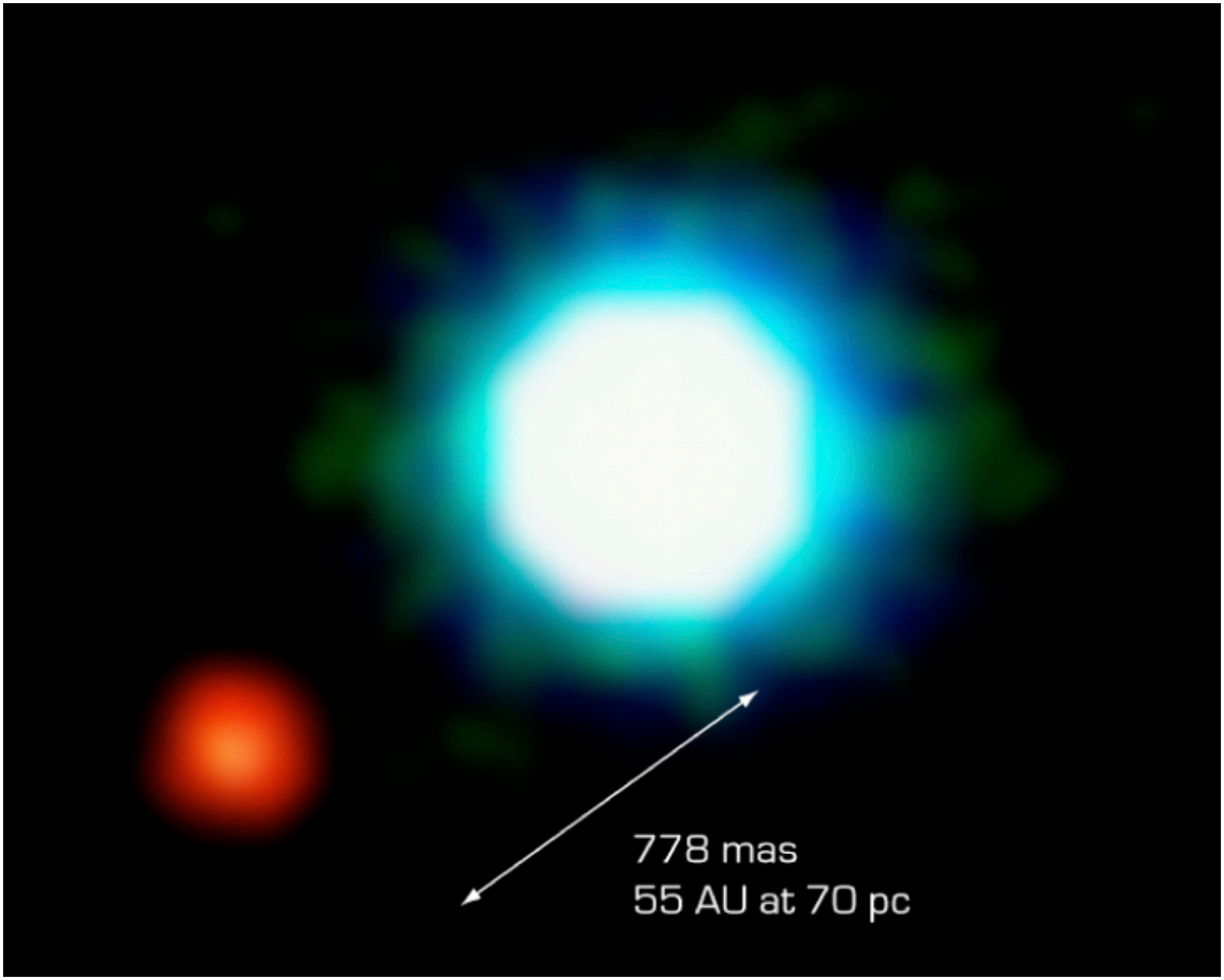
A. Wolszczan* & D. A. Frail†

* National Astronomy and Ionosphere Center, Arecibo Observatory, Arecibo, Puerto Rico 00613, USA
† National Radio Astronomy Observatory, Socorro, New Mexico 87801, USA

MILLISECOND radio pulsars, which are old ($\sim 10^9$ yr), rapidly rotating neutron stars believed to be spun up by accretion of matter from their stellar companions, are usually found in binary systems with other degenerate stars[1]. Using the 305-m Arecibo radiotelescope to make precise timing measurements of pulses from the recently discovered 6.2-ms pulsar PSR1257+12 (ref. 2), we demonstrate that, rather than being associated with a stellar object, the pulsar is orbited by two or more planet-sized bodies. The planets detected so far have masses of at least 2.8 $M_\oplus$ and 3.4 $M_\oplus$, where $M_\oplus$ is the mass of the Earth. Their respective distances from the pulsar are 0.47 AU and 0.36 AU, and they move in almost circular orbits with periods of 98.2 and 66.6 days. Observations indicate that at least one more planet may be present in this system. The detection of a planetary system around a nearby (~ 500 pc), old neutron star, together with the recent report on a planetary companion to the pulsar PSR1829−10 (ref. 3) raises the tantalizing possibility that a non-negligible fraction of neutron stars observable as radio pulsars may be orbited by planet-like bodies.

Nature, 1992.

Enana marron y compañero planetario

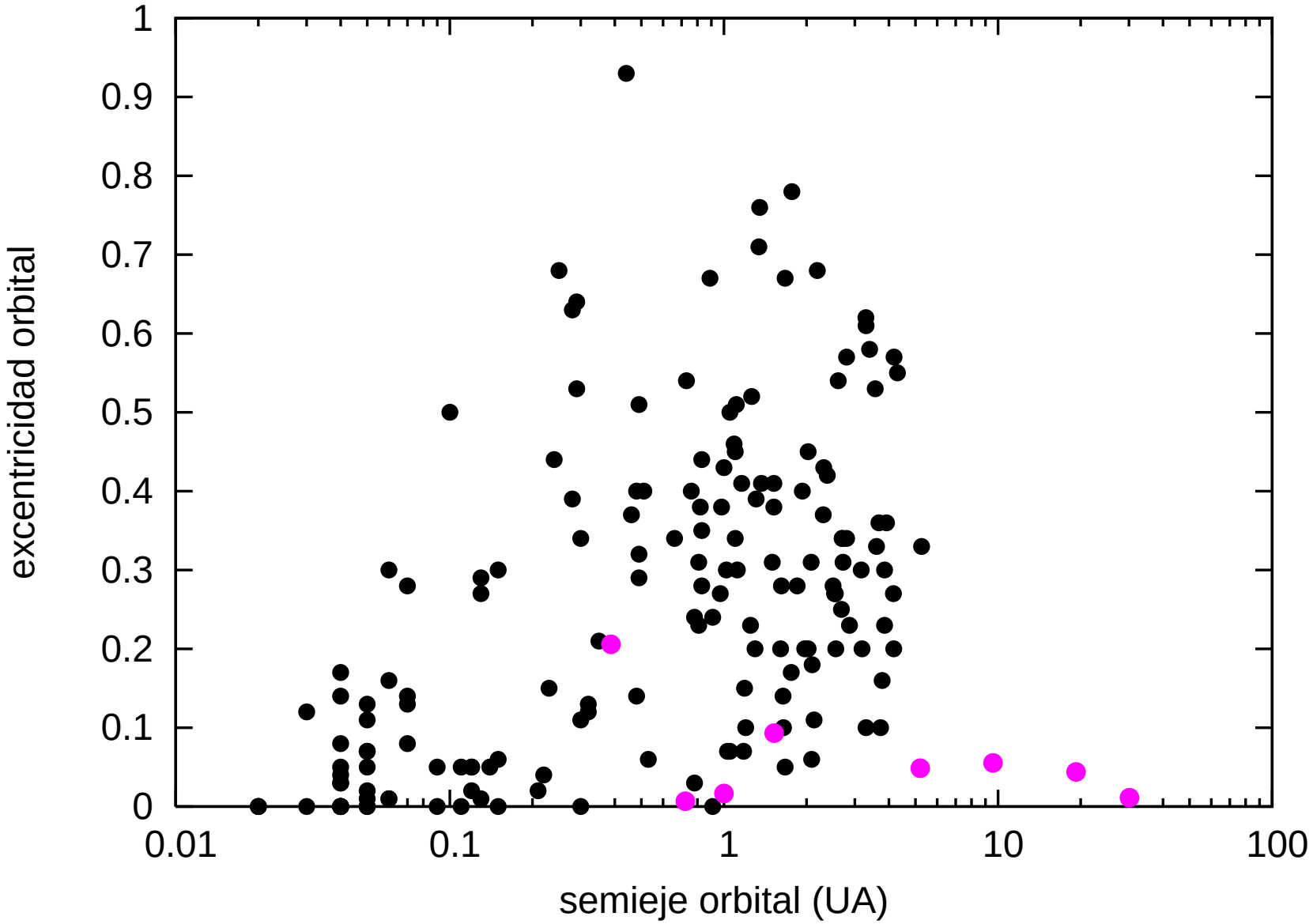


Extrasolares: ¿Qué caracteristicas presentan?

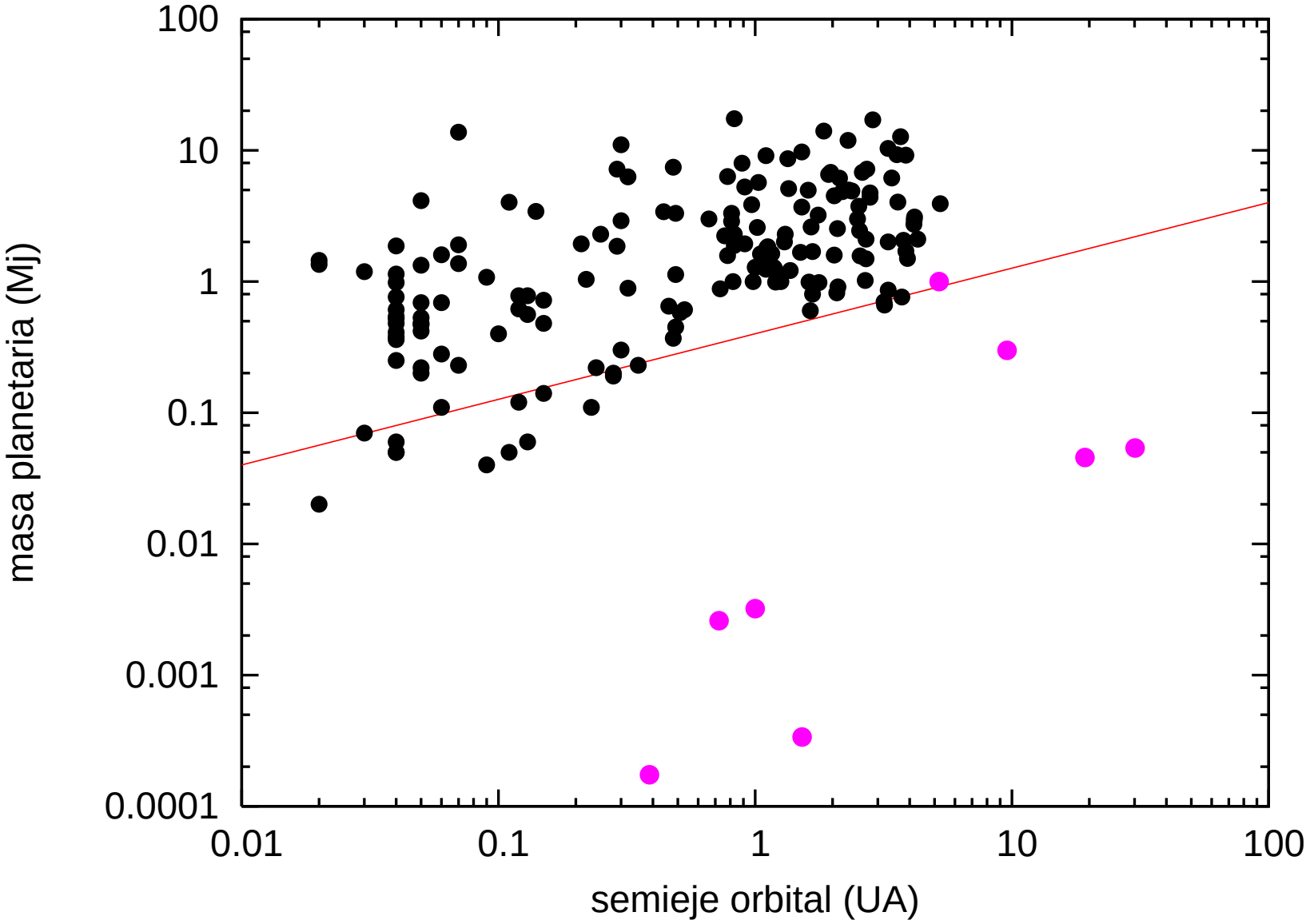
- **se detectan fundamentalmente planetas muy masivos**
- **orbitas de semiejes orbitales pequeños**
- **muy excentricas**
- **orbitas muy diferentes a las de nuestro sistema planetario: ¿solo sesgo observacional?**
- **orbitas muy similares a los sistemas binarios**

¿Como explicar dinamicamente estas órbitas?

Orbitas muy excentricas:



Sesgo observacional semieje-masa:



Planetas versus enanas marrones: diferente origen

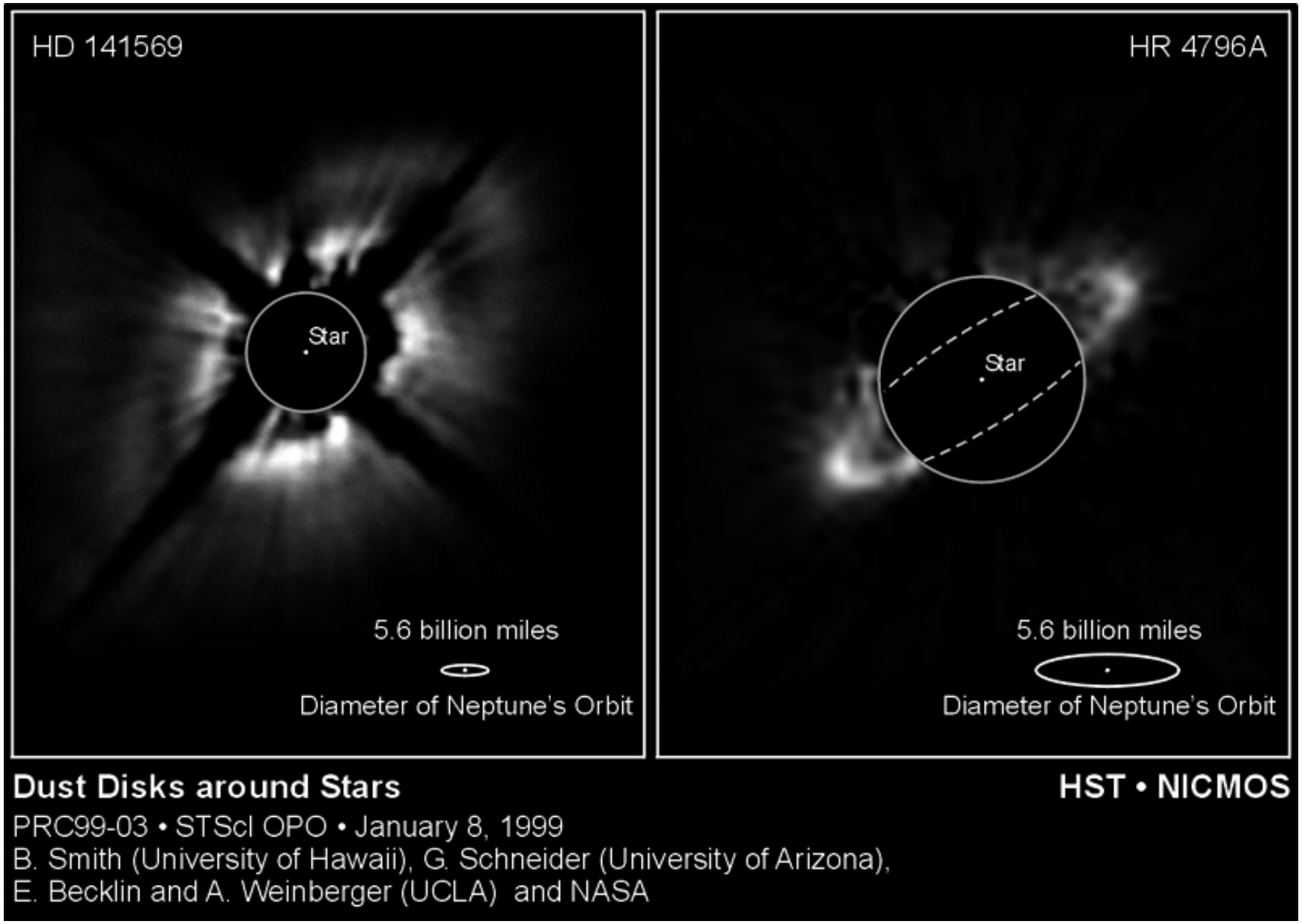
Las orbitas de los planetas extrasolares son muy parecidas a las orbitas de las estrellas binarias pero los procesos de formacion son muy diferentes.

- **Estrellas binarias: formadas a partir de diferentes nucleos de condensacion en la nebulosa protoestelar. Estos nucleos solo se forman si tienen una masa superior a 10 veces la masa de Jupiter y el resultado es por lo menos una enana marron.**
- **Sistemas planetarios: los planetas NO se forman a partir de nucleos de condensacion de la nebulosa sino por acrecion a partir de un disco de gas y polvo entorno de la protoestrella.**

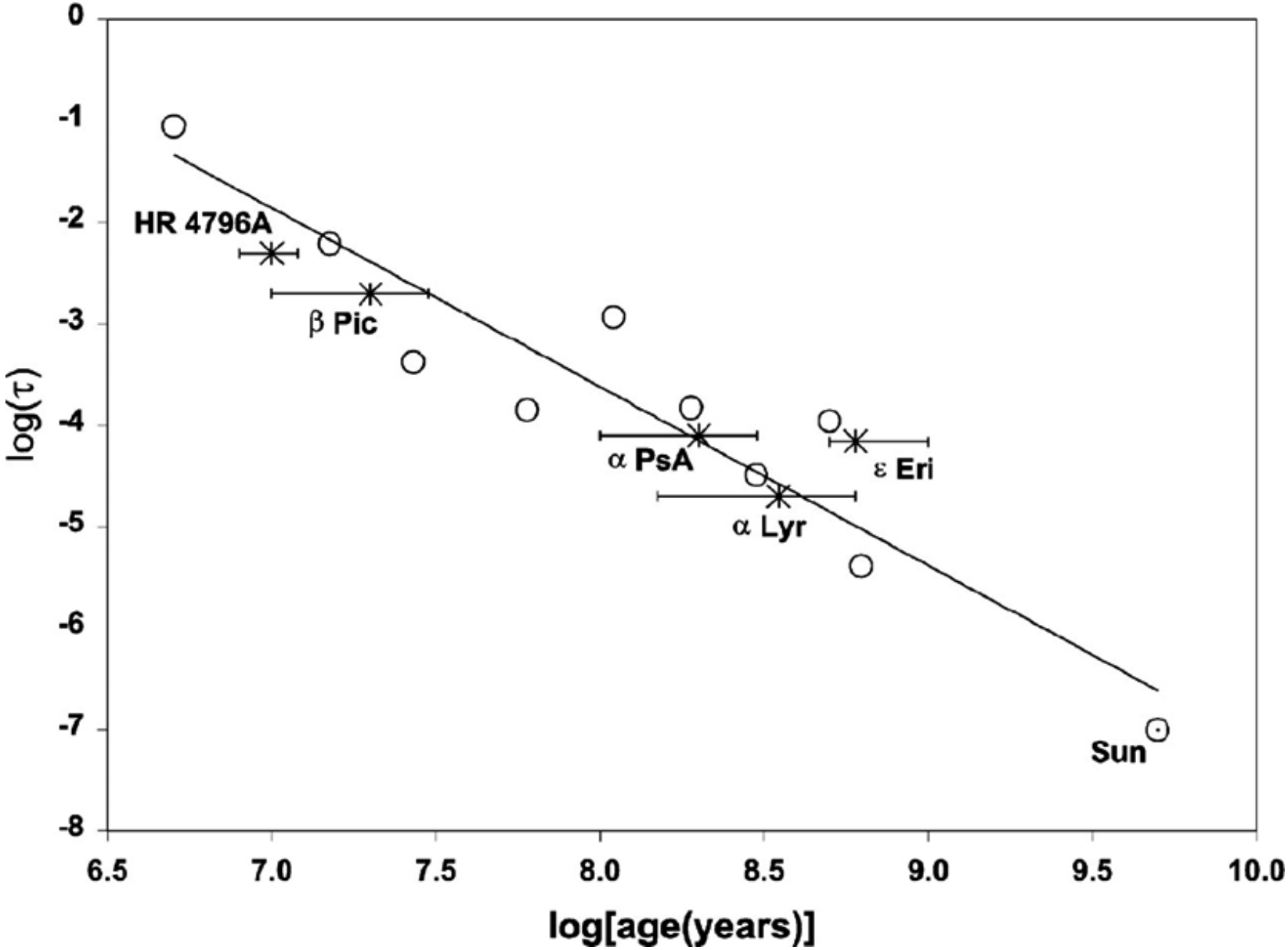
Por otro lado es imposible formar planetas a distancias tan pequeñas de la estrella por acrecion de planetesimales por lo que solo puede tratarse de planetas que se formaron mucho mas lejos y luego migraron hacia la estrella por intercambio de momento angular con el disco.

Estos discos se observan:

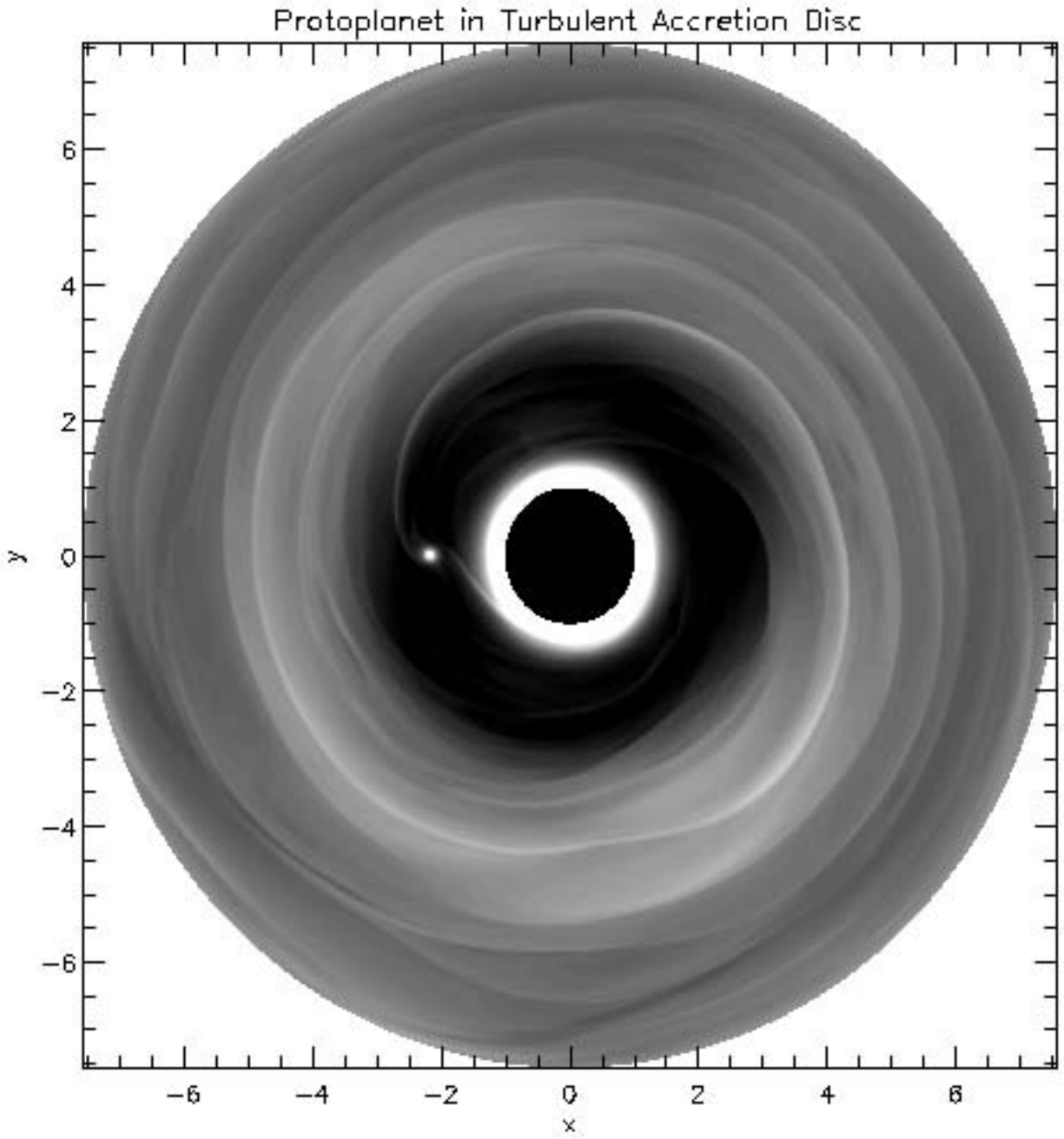
Discos en infrarrojo



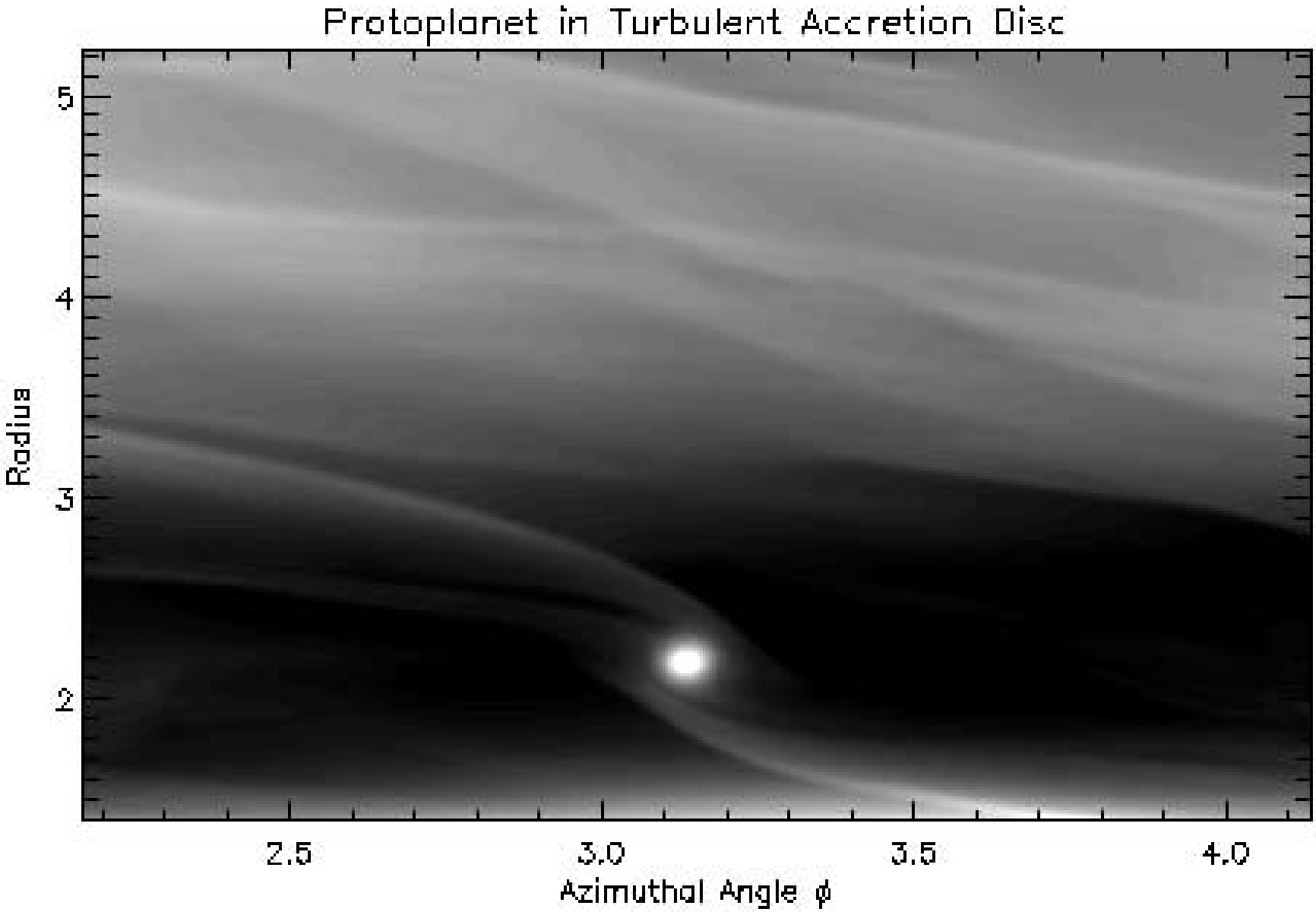
Edad de discos



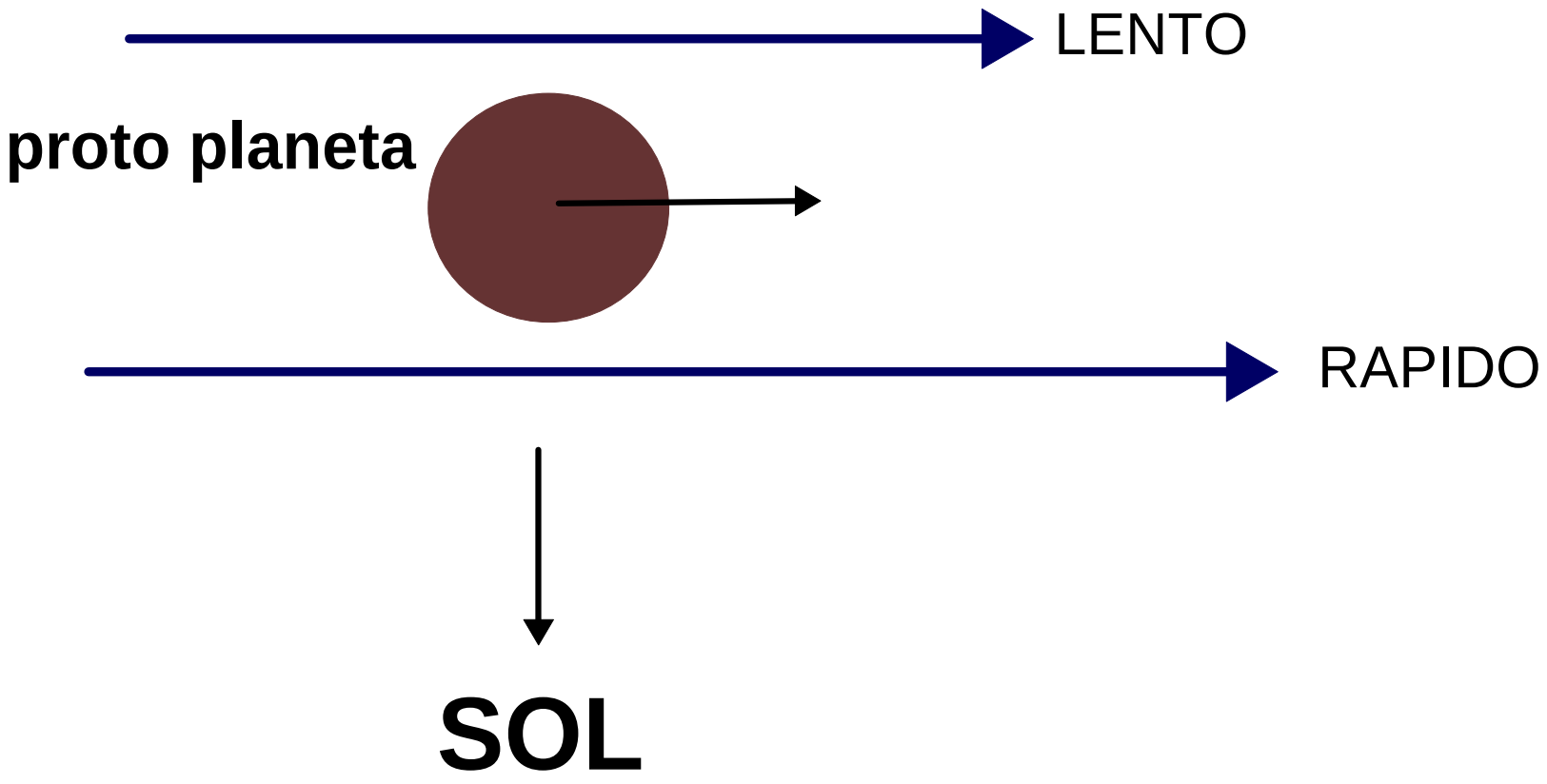
Migracion


Protoplanet in Turbulent Accretion Disc
6
4
2
0
−2
−4
−6
y
−6
−4
−2
0
2
4
6
x

Detalle de la acrecion en el protoplaneta



El sentido de la migracion sera determinado por el balance de intercambio de momento angular entre el protoplaneta y los bordes del disco:



Migracion: 2 etapas

- **a) migracion planetaria por intercambio de momento angular con el disco**
- **b) intercambio de momento angular con los planetesimales (descubierta por Fernandez & Ip en 1984)**

En una primera etapa el desbalance entre el momento ejercido por la parte exterior del disco y el ejercido por la parte interior del disco genera una migracion muy rapida (miles de años) que generalmente es hacia la estrella (en discos mas ricos en metales podria ser mas rapida).

En una segunda etapa el intercambio de momento angular con los planetesimales genera una migracion mas lenta hacia afuera o hacia adentro. En el caso del sistema solar hay evidencias de que Urano y Neptuno se intercambiaron lugares.

Animacion switch Urano-Neptuno (Morbidelli)

Algunas de las preguntas que quedan pendientes

¿Como fue la migracion por interaccion con el disco en el Sistema Solar?

¿Hubo planetas engullidos por el Sol?

¿Hubo planetas expulsados del sistema?

¿Por qué en el sistema solar $e \sim 0$?

¿Es el sistema solar en alguna medida excepcional?

¿Que tan determinante es $e \sim 0$ en la aparicion y evolucion de la vida?

....

¿Llegaremos realmente al 4.5% del PBI?

Animaciones

- **Evolucion Venus, Tierra, Marte por 5 millones de años (EVORB)**
- **Evolucion Jupiter, Saturno, Urano, Neptuno por 5 millones de años (EVORB).**
- **Evolucion sistema JSUN alterado por 5 millones de años (EVORB).**
- **Evolucion sistema extrasolar HD12661 por 100.000 años (EVORB).**
- **Evolucion sistema extrasolar UpsAnd.**
- **Evolucion sistema migrando (Culter & Chiang).**
- **Interaccion planeta-disco (Papaloizou).**
- **Pasaje de Saturno por la 5:2 y switch de Urano y Neptuno (Morbidelli).**

Bibliografia y Recursos

Libros:

- **Introduccion a la Mecanica Celeste, Gonzalez Martinez-Pais, Un. de La Laguna.**
- **Elementos de Astronomia de Posicion, Gregorio Portilla, Un. Colombia.**
- **Solar System Dynamics, Murray & Dermott, Cambridge Un. Press.**

Internet:

- **Lectures de Scott Tremaine (Planetary Systems)**
- **Lectures de Carl Murray: www.maths.qmul.ac.uk/~carl/SolarSystem**
- **Enciclopedia: http://vo.obspm.fr/exoplanetes/encyclo/es-encycl.html**
- **Programa (simulador) Planet's Orbits: www.alcyone.de**
- **Programa (integrador) EVORB: www.fisica.edu.uy/~gallardo/evorb.html**

FIN

Minas, 19 de setiembre de 2005.